

Valorisation du passif en assurance-vie et application dans un cadre ORSA

Jacques Printems
printems@u-pec.fr

Séminaire Chaire FDD et IdR FiME — IHP

16 septembre 2016

L'Assurance-Vie et les contrats €

Deux grands types de contrats d'épargne :

- les contrats en € ou mono-support, investis en fonds euro, **les sommes versées sont garanties, voire revalorisées, par l'assureur** ;
- les contrats multi-supports comportant à la fois un fonds euro et des Unités de Compte (UC), e.g. valeurs mobilières comme des ETFs (actions, obligations), **le capital n'est pas garanti**.

Assurance-Vie en France (2015) : encours de 1 500 milliards € dont 80% en contrats euros et 20% en contrats UC.

Clauses optionnelles dans le cas du contrat en euros

Plusieurs options sont possibles dans ce cas :

- *Taux Minimum Garanti (TMG)* : rémunération minimale durant la vie du contrat ;
- *Participation aux Bénéfices (PB)* : les assureurs ont l'obligation de reverser dans un délai de 8 ans une partie de leur bénéfices ;
- *l'option de rachat* : l'assuré peut exercer à tout moment son option de rachat, c.-à-d. percevoir la valeur de rachat de son contrat : l'assureur doit garantir à tout moment la valeur acquise du capital.

Interaction Actif-Passif

Facteurs de risques impactant l'actif :

- taux d'intérêt ;
- taux de croissance de l'économie ;
- inflation ;
- indices de consommation, ...

Formellement : n facteurs de risque $x_1(t), \dots, x_n(t)$

Impact sur le contrat (le passif) :

- Taux de revalorisation $r_s(t) = f(x_1(t), \dots, x_n(t))$.
- Taux de rachat $\mu(t) = g(t, x_1(t), \dots, x_n(t))$.

Engagements et réglementation

Solvabilité 2 : Renouvellement des méthodes de *provisionnement* et de détermination de *fonds propres* d'une compagnie d'assurance.

TABLE: Bilan schématique d'une compagnie d'assurance à t .

Actif	Passif
A_t : Actifs (obligations, actions, immo)	E_t : Fonds Propres → dette vis-à-vis des actionnaires PT_t : Provisions Techniques → dette vis-à-vis des assurés

Solva 2 vs Solva 1

- Solva 1 :
- Les PT sont calculées de manière *prudente*, i.e. taux d'actualisation minorés.
 - Les FP calculés sur la base de 4% des PT (en vie), sur la base du ratio Prime/Sinistre (en non-vie).
 - Les actifs sont comptabilisés en valeur historique.
- Solva 2 :
- PT sont calculées de manière *réaliste*,
 - Les actifs sont comptabilisés en valeur économique.

Engagements et réglementation – Solvabilité 2

Pilier 1 : normes quantitatives de calcul des provisions techniques (PT)

$$PT = BE + RM, \quad BE = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}^h \otimes \mathbb{P}^{nh}} \left(\sum_{t \geq 1} X_t \delta_t \right)$$

où

$$\begin{aligned} X_t &= F_t - C_t + \text{Frais} - \text{Chargement} \\ \delta_t &= \text{facteur d'actualisation} \\ \mathbb{Q}^h &= \text{risques couvrables (proba. risque-neutre)} \\ \mathbb{P}^{nh} &= \text{risques non couvrables (proba. historique)} \end{aligned}$$

Pilier 1 : définition de capitaux minimum pour les fonds propres.

ex : SCR (*Solvency Capital Requirement*) : Capital cible nécessaire pour absorber un risque majeur (la crise « bicentenaire »).

Solvency Capital Requirement

SCR plus petit montant x pour lequel $\mathbb{P}(E_1 < 0 \mid E_0 = x) = 0.5\%$.

Approximations :

- *Formule standard*
- *Modèle interne*

Engagements et réglementation – Solvabilité 2

Pilier 2 : Own Risk Solvency Assessment (ORSA)

La compagnie doit être en mesure d'évaluer en interne ses risques et sa solvabilité :

- Établissement d'un plan stratégique
- Identification de son profil de risque et de son appétance aux risques à l'horizon du plan stratégique
- Inclusion des affaires nouvelles (*New Business*)

En pratique : projection du bilan (en particulier du SCR et du ratio fonds propres/SCR) à l'horizon du plan stratégique (5 ans)

Problèmes posés par le pilier 2

Pilier 1 : consensus pour l'évaluation du Best Estimate à une date donnée

- Gestion actif-passif (ALM) à la date de clôture année t
- Génération de Scénarios Économiques (GSE) sur les n facteurs de risques $x_1(s), \dots, x_n(s), s \geq t$

⇒ Best Estimate à la date t

Pilier 2 : nécessité de rebalancer le bilan pour les années postérieures

Problèmes posés :

- Trop de facteurs de risques : risque de sur-paramétrisation, difficulté d'interprétation des résultats
- Méthodes trop lourdes, inopérantes en pratiques

Prestations d'un contrat d'épargne en €

Contrat d'épargne en € avec

- un versement de prime unique,
- revalorisée à un taux (*taux servi*) $r_s(t)$,
- sur un horizon fini $T > 0$,
- avec option de rachat où l'instant de rachat est noté τ .

Valeur de rachat à la date t :	$VR(t) = VR(0) \exp\left(\int_0^t r_s(u) du\right)$
Prestations :	$F_t = VR(\tau)\mathbf{1}_{t < \tau < T} + VR(T)\mathbf{1}_{\tau > T}$

On note $\mu(t)$ le taux de rachat c.-à-d. la fonction de hasard associé à l'instant de rachat.

Différents modèles de rachat

Le rachat d'un contrat d'épargne peut être motivé en général par un besoin de liquidité (*rachat structurel*) ou faire suite à une variation des taux d'intérêt (*rachat conjoncturel*).

Plusieurs cadres sont utilisés en général pour décrire le phénomène de rachat :

- économétrique : [Kim05, TKC02] ;
- micro-économétrique : [FLP07] ;
- statistique : [Kag05] ;
- financier : [Pru96, Bac03, Siu05, BBM09, GLJ00, TL03, MY05]

Rachat et Participations aux Bénéfices

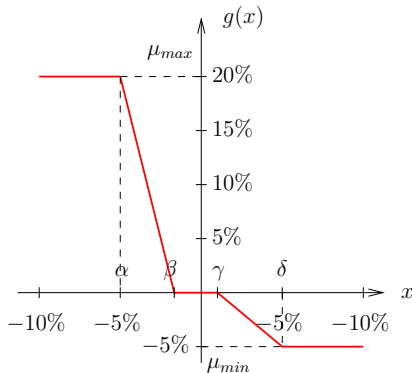
Dans [BPJ14], les auteurs explicitent le taux servi et le taux de rachat comme fonctions du taux court $r(t)$ et d'un facteur de risque $x(t)$ lié à la politique de PB :

$$r_s(t) = f(t, x(t), r(t)), \quad \mu(t) = g(t, x(t), r(t)).$$

Exemples :

- $f(x, r) = x + r$, $g(x, r) = \mu_i - \eta x$, $\mu_i, \eta > 0$,
- $f(x, r) = x + r$, $g(x, r) = \mu_i + \eta x_-$,
- $f(x, r) = \max(x + r, TMG)$,
 $g(x, r) = \min(1, \max(0, \mu_c(x) + \mu_i))$

Exemple de fonction de taux de rachat (ACPR)



Représentation probabiliste du BE (1)

Espace de probabilité $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{F}, \mathbb{P})$ supportant $(x(t))_{t \geq 0}$ et $(r(t))_{t \geq 0}$.

$\mathbb{P} = \mathbb{Q}^h \otimes \mathbb{P}^x \otimes \mathbb{P}^a$, $\mathbb{F} = (\mathcal{F}_t)_{t \geq 0}$, $\tau \in \mathbb{F}$ – temps d'arrêt d'intensité μ .

\mathbb{P}^x : non mutualisable, non couvrable, \mathbb{P}^a : mutualisable, non couvrable.

Ici, le risque démographique est supposé complètement mutualisé par le biais d'une fonction de hasard déterministe qui s'aggrègera avec la partie structurelle du taux de rachat. \implies on ne tient pas compte de \mathbb{P}^a .

$$\begin{aligned} BE(t, T) &= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}^h \otimes \mathbb{P}^x} \left(e^{-\int_t^\tau r(s) ds} VR(\tau) \mathbf{1}_{t < \tau \leq T} \mid \mathcal{F}_t \right) \\ &\quad + \mathbb{E}^{\mathbb{Q}^h \otimes \mathbb{P}^x} \left(e^{-\int_t^T r(s) ds} VR(T) \mathbf{1}_{\tau > T} \mid \mathcal{F}_t \right), \\ &= BE_d(t, T) + BE_s(t, T). \end{aligned}$$

Représentation probabiliste du BE (2)

On peut voir que

$$BE_d(t, T) = \mathbf{1}_{\tau > t} \int_t^T \mathbb{E}^{\mathbb{Q}^h \otimes \mathbb{P}^x} \left[e^{-\int_t^s (r(u) + \mu(u)) ds} \mu(s) VR(s) \mid \mathcal{F}_t \right] ds,$$

et

$$BE_s(t, T) = \mathbf{1}_{\tau > t} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}^h \otimes \mathbb{P}^x} \left(e^{-\int_t^T (r(s) + \mu(s)) ds} VR(T) \mid \mathcal{F}_t \right).$$

Soit sur $\tau > t$:

$$BE(t, T) = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}^h \otimes \mathbb{P}^x} \left[\int_t^T e^{-\int_t^s (r(u) + \mu(u)) ds} \mu(s) VR(s) ds \right. \\ \left. + e^{-\int_t^T (r(s) + \mu(s)) ds} VR(T) \mid \mathcal{F}_t \right].$$

Expression en fonction du ratio BE/PM

On pose

$$\phi(t, x(t), r(t)) = BE(t, T)/PM(t).$$

On a

$$\begin{aligned} \phi(t, x(t), r(t)) &= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}^h \otimes \mathbb{P}^x} \left[\int_t^T \exp \left(\int_t^s (r_s(u) - r(u) - \mu(u)) ds \right) \mu(s) ds \right. \\ &\quad \left. + \exp \left(\int_t^T (r_s(s) - r(s) - \mu(s)) ds \right) \mid \mathcal{F}_t \right]. \end{aligned}$$

Cas particulier de solutions explicites

- Diffusions (x, r) affines et fonctions f et g linéaires (voir [Bif05, BM06])
- Dans [BPJ14], on fait l'hypothèse $r_s(t) = r(t) + x(t)$ où $x(t)$ est un processus de type OU :

$$dx(t) = k(x_\infty - x(t)) dt + \sigma dB(t)$$

et $\mu(t) = \mu_i - \eta x(t)$.

Intérêts :

- le ratio ϕ ne dépend plus de $r(t)$!
- Interprétation simple des facteurs k (taux de réponse de l'assureur dans l'ajustement de sa politique de taux servi) et σ (stabilité de la stratégie de taux servi).

Modèle différentiel général

On suppose que les diffusions $(r(t))_{t \geq 0}$ et $(x(t))_{t \geq 0}$ satisfont les EDS

$$\begin{cases} dx(t) = m_x(t, x(t))dt + \sigma_x(t, x(t))dB_x(t), \\ dr(t) = m_r(t, x(t))dt + \sigma_r(t, x(t))dB_r(t), \end{cases}$$

Le théorème de Feynman-Kac montre alors que $\phi = \phi(t, x, r)$ satisfait l'EDP

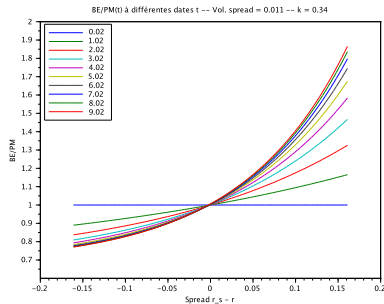
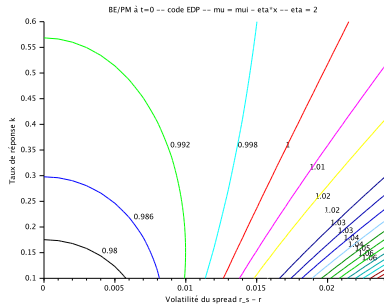
$$\begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathcal{L}\phi + (1 - \phi)g + (f - r)\phi = 0, \\ \phi(T, x, r) = 1, \end{cases}$$

où \mathcal{L} est le g.i. de la diffusion (x, r) .

Simulation en dimension 1 - $g(x) = \mu_i - \eta x$

$$x_0 = -0.005, x_\infty = 0$$

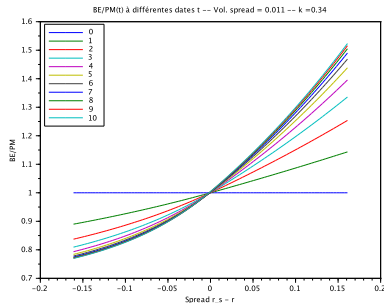
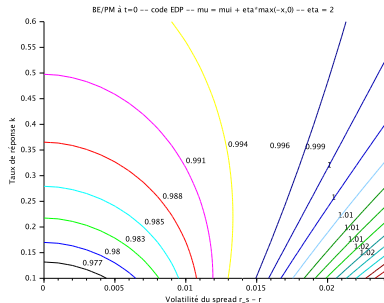
$$k = 0.34, \sigma = 0.011$$



Simulation en dimension 1 - $g(x) = \mu_i + \eta x_-$

$$x_0 = -0.005, x_\infty = 0$$

$$k = 0.34, \sigma = 0.011$$

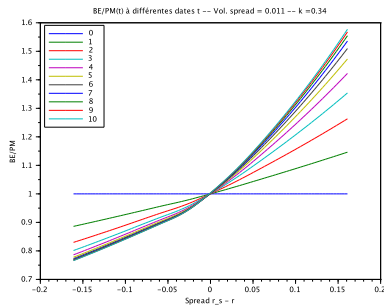
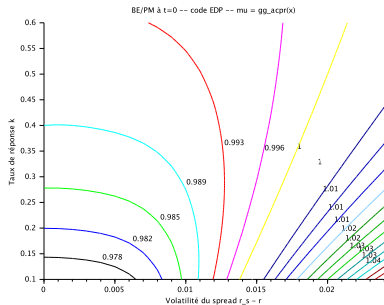


Simulation en dimension 1 – $g(x)$ type ACPR

$$\alpha = -5\%, \beta = -2\%, \gamma = 1\%, \delta = 5\%, \mu_{max} = 20\%, \\ \mu_{min} = -5\%, \mu_i = 5\%$$

$$x_0 = -0.005, x_\infty = 0$$

$$k = 0.34, \sigma = 0.011$$



Remarques

- Croissance (et convexité) du BE pour 1 € de PM en fonction de x ;
- Convergence vers les temps longs vers la solution stationnaire de

$$\mathcal{L}\phi + (1 - \phi)g + (f - r)\phi = 0.$$

- *Pour des valeurs de σ petites le provisionnement croît avec le taux de réponse k et décroît pour des valeurs de volatilités supérieures.*

Cas du TMG : une EDP en dimension 2

$$TMG = 1.5\% < \min(r_s(0), r_s(\infty)),$$

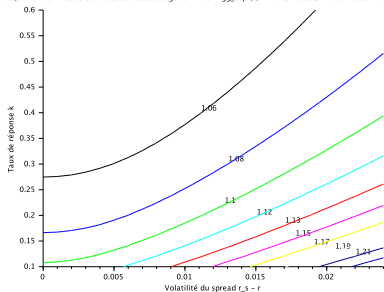
$$(x_0, r_0) = (2\%, 0.5\%),$$

$$(k_r, \sigma_r) = (0.18, 0.02)$$

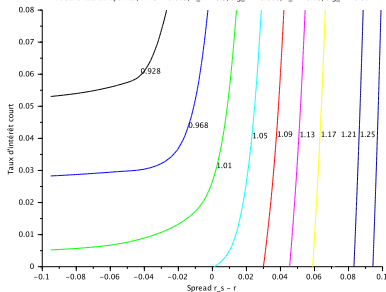
$$(k_x, \sigma_x) = (0.3, 0.008),$$

$$(k_r, \sigma_r) = (0.18, 0.02)$$

BE/PM à t=0 -- code EDP 2d avec rachat exogène -- mu = gg_acpr(x) -- TMG = 0.015 -- x0 = 0.02 -- r0 = 0.005



BE sans rachat optimal, TMG = 0.015, $k_x = 0.3$, $\text{sig}_x = 0.008$, $k_r = 0.18$, $\text{sig}_r = 0.02$



Cas du TMG : une EDP en dimension 2

$$TMG = 2.5\% < \min(r_s(0), r_s(\infty)),$$

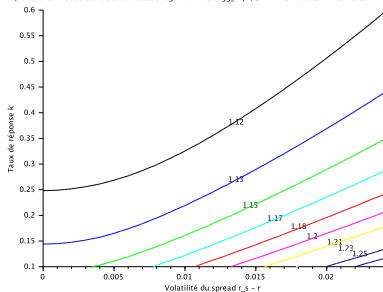
$$(x_0, r_0) = (2\%, 0.5\%),$$

$$(k_r, \sigma_r) = (0.18, 0.02)$$

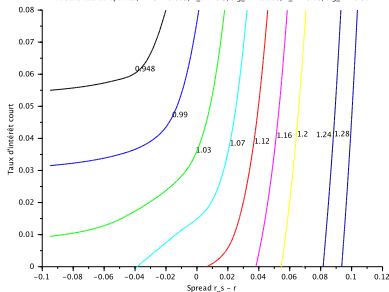
$$(k_x, \sigma_x) = (0.3, 0.008),$$

$$(k_r, \sigma_r) = (0.18, 0.02)$$

BE/PM à t=0 -- code EDP 2d avec rachat exogène -- mu = gg_acpr(x) -- TMG = 0.025 -- x0 = 0.02 -- r0 = 0.005



BE sans rachat optimal, TMG = 0.025, $k_x = 0.3$, $\text{sig}_x = 0.008$, $k_r = 0.18$, $\text{sig}_r = 0.02$



Remarques

- Sur les figures de gauche : on représente le ratio BE/PM en $(x_0, r_0) = (2\%, 0.5\%)$ pour plusieurs valeurs du couple (k_x, σ_x) .
Le provisionnement est toujours décroissant avec la volatilité σ_x mais contrairement au cas de la dimension 1 il est également décroissant par rapport à k_x et ceci quelque soit la valeur de σ_x .
- Sur les figures de droite : on représente le ratio BE/PM pour plusieurs valeurs de (x_0, r_0) et une seule valeur de $(k_x, \sigma_x) = (0.3, 0.008)$.
L'influence du TMG est manifeste pour les faibles revalorisations ($x < 0$). Le provisionnement y est indépendant de x mais seulement de r (dans le sens de l'actualisation). Pour les grandes valeurs de x , on retrouve l'aspect 1d.

Un problème d'arrêt optimal

Un souscripteur sensible à l'environnement démographique et financier via un taux de rachat μ peut tenter de racheter son contrat avec l'ambition de maximiser son gain : dans ce cas, le ratio $\psi(t) = BE(t, T)/PM(t)$ s'écrit

$$\begin{aligned}\psi(t, x(t), r(t)) &= \sup_{\tau \leq T} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}^h \otimes \mathbb{P}^x} \left[\int_t^\tau \exp \left(\int_t^s (r_s(u) - r(u) - \mu(u)) ds \right) \mu(s) ds \right. \\ &\quad \left. + \exp \left(\int_t^\tau (r_s(s) - r(s) - \mu(s)) ds \right) \mid \mathcal{F}_t \right], \\ &= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}^h \otimes \mathbb{P}^x} \left[\int_t^{\tau^*} \exp \left(\int_t^s (r_s(u) - r(u) - \mu(u)) ds \right) \mu(s) ds \right. \\ &\quad \left. + \exp \left(\int_t^{\tau^*} (r_s(s) - r(s) - \mu(s)) ds \right) \mid \mathcal{F}_t \right].\end{aligned}$$

Une inéquation variationnelle

Sous des hypothèses de régularité minimale sur ψ , on peut montrer que $\psi = \psi(t, x, r)$ satisfait l'inéquation

$$\max \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} + \mathcal{L}\psi + (1 - \psi)g + (f - r)\psi, 1 - \psi \right) = 0,$$
$$\psi(T, \cdot) = 1.$$

Zone de rachat

Cette approche permet de caractériser des régions de l'espace (x, r) où le rachat a effectivement lieu (zone de *sortie* vs zone de continuation). On peut encadrer cette zone :

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \mathcal{L}\psi + (1-\psi)g + (f-r)\psi < 0 \quad \implies \quad \psi = 1 \quad \implies \quad f = r_s < r.$$

En dimension 1 : la zone de rachat est donc incluse dans $\{x < 0\}$.

En dimension 2 : la zone de rachat est incluse dans $\{x < 0\} \cap \{r > TMG\}$.

Problème linéaire complémentaire

Semi-discrétisation en temps ($T = N\Delta t$, $t_n = n\Delta t$, $\psi^n \sim \psi(t_n, \cdot)$) +
Schéma d'Euler rétrograde :

$$\max(\psi^{n+1} - \psi^n + \Delta t \mathcal{L} \psi^n + \Delta t(f - r - g^{n+1}) + \Delta t g^{n+1}, 1 - \psi^n) = 0,$$

avec $\psi^N = 1$. Soit à résoudre à chaque pas de temps le problème
suivant : connaissant ψ^{n+1} résoudre en X

$$\max(G - BX, 1 - X) = 0,$$

$$G = \psi^{n+1} + \Delta t g^{n+1},$$

$$B = I - \Delta t \mathcal{L} - \Delta t(f - r - g^{n+1})I,$$

$$X = \psi^n.$$

Algorithme d'Howard

On note Ω_Δ la grille de calcul en x (dimension 1) ou en (x, r) (dimension 2).

- 1 *Initialisation* : On considère une partition initiale de Ω_Δ comme $\Omega_\Delta = \Omega_{\Delta,1}^1 \cup \Omega_{\Delta,2}^1$ avec $\Omega_{\Delta,1}^1 = \Omega_\Delta$ et $\Omega_{\Delta,2}^1 = \emptyset$.
- 2 *Étape $2k - 1$* : Étant donnée une partition $\Omega_\Delta = \Omega_{\Delta,1}^k \cup \Omega_{\Delta,2}^k$, on définit X^k par

$$\begin{cases} G - BX^k = 0 & \text{dans } \Omega_{\Delta,1}^k, \\ X^k = 1 & \text{dans } \Omega_{\Delta,2}^k. \end{cases}$$

- 3 *Étape $2k$* : Étant donné X^k , on définit une nouvelle partition de Ω_Δ en comparant les valeurs de $G - BX^k$ avec $1 - X^k$:

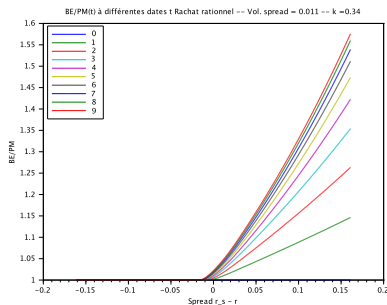
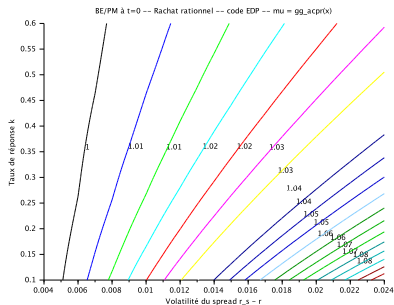
$$\begin{cases} \Omega_{\Delta,1}^{k+1} = \{i \mid (G - BX^k)_i \geq 1 - X_i^k\} \\ \Omega_{\Delta,2}^{k+1} = \{i \mid (G - BX^k)_i < 1 - X_i^k\} \end{cases}$$

Simulation en dimension 1 – $f(x, r) = x + r, g(x)$ ACPR

$\alpha = -5\%, \beta = -1\%, \gamma = 1\%, \delta = 3\%, \mu_{max} = 20\%, \mu_{min} = -5\%, \mu_i = 5\%$.

$(x_0, x_\infty) = (-0.5\%, 0)$,

$(k_x, \sigma_x) = (0.34, 0.011)$

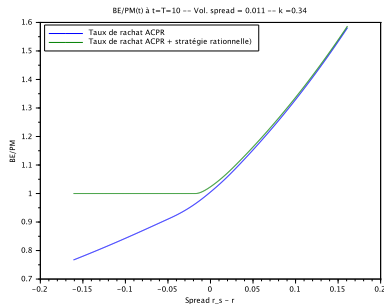
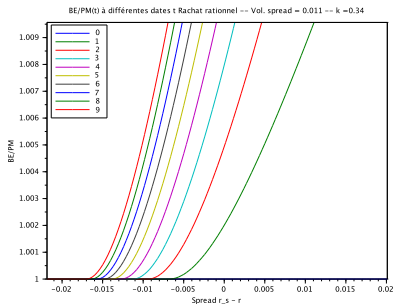


Simulation en dimension 1 – $f(x, r) = x + r, g(x)$ ACPR

$\alpha = -5\%, \beta = -1\%, \gamma = 1\%, \delta = 3\%, \mu_{max} = 20\%, \mu_{min} = -5\%, \mu_i = 5\%$.

ZOOM $(k_x, \sigma_x) = (0.34, 0.011)$,

comparaison avec/sans stratégie rationnelle



Remarques

- Décroissance du provisionnement p/r au taux de réponse k_x quelque soit la volatilité de la stratégie de l'assureur σ_x ;
- On observe dans la figure agrandie (ZOOM) la décroissance de la zone de rachat comme fonction de la distance à la maturité. À mettre en contraste avec ce qui se passe dans le cas d'absence de stratégie optimale. Ici, le souscripteur est *de plus en plus sensible au rachat lorsque se rapproche la maturité*.
- On constate l'aspect stationnaire du ratio $BE/PM \sim 1$ au voisinage du rachat (raccord C^1 au voisinage de la zone de rachat).

Simulation en dimension 2 – Cas du TMG

$$TMG = 1.5\% < \min(r_s(0), r_s(\infty)),$$

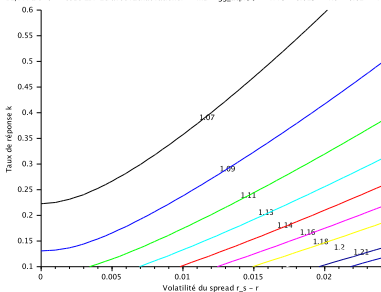
$$(x_0, r_0) = (2\%, 0.5\%),$$

$$(k_r, \sigma_r) = (0.18, 0.02)$$

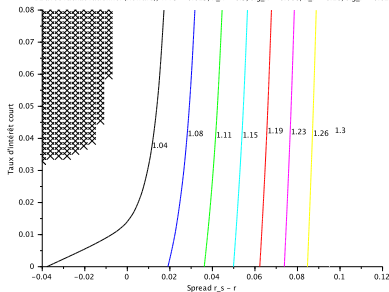
$$(k_x, \sigma_x) = (0.3, 0.008),$$

$$(k_r, \sigma_r) = (0.18, 0.02)$$

BE/PM à t=0 -- code EDP 2d avec rachat rationnel -- mu = gg_acpr(x) -- TMG = 0.015 -- x0 = 0.02 -- r0 = 0.005



BE avec rachat rationnel (Howard), TMG = 0.015, k_x = 0.3, sig_x = 0.008, k_r = 0.18, sig_r = 0.02



Simulation en dimension 2 – Cas du TMG

$$TMG = 2.5\% < \min(r_s(0), r_s(\infty)),$$

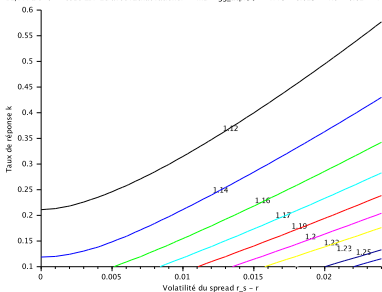
$$(x_0, r_0) = (2\%, 0.5\%),$$

$$(k_r, \sigma_r) = (0.18, 0.02)$$

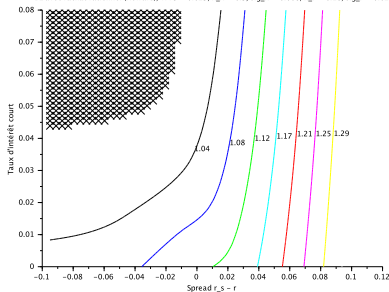
$$(k_x, \sigma_x) = (0.3, 0.008),$$

$$(k_r, \sigma_r) = (0.18, 0.02)$$

BE/PM à t=0 -- code EDP 2d avec rachat rationnel -- mu = gg_acpr(x) -- TMG = 0.025 -- x0 = 0.02 -- r0 = 0.005



BE avec rachat rationnel (Howard), TMG = 0.025, k_x = 0.3, sig_x = 0.008, k_r = 0.18, sig_r = 0.02



Conclusions

- Dérivation d'un modèle numérique d'EDP afin d'évaluer le BE d'un assureur et de façon *off-line*. L'idée principale est la modélisation parcimonieuse de la politique de PB à l'aide d'un facteur de risque $x(t)$ intervenant avec le taux d'intérêt $r(t)$ dans la formule du taux de revalorisation $r_s = f(t, x(t), r(t))$ et du taux de rachat $\mu = g(t, x(t), r(t))$.
- Seules les dynamiques de x et r ainsi que les fonctions f et g sont nécessaires à l'intégration de l'EDP et sont laissées à la discrétion de l'assureur.
- Permet le traitement du cas du rachat optimal. Dans ce cas, l'espace (x, r) est partitionné en zone de rachat et zone de continuation.

Perspectives

- Cette classe de méthode (formules explicites, intégration numérique par EDP, ...) permet un gain de temps substantiel lors de la mise en place d'un modèle ORSA. En effet, dans ce cas, on doit estimer le provisionnement le long des trajectoires simulées de l'actif de la compagnie, en général, par MonteCarlo sous probabilité risque-neutre. Peut être vue comme une alternative au LSMC.
- Il reste à trouver un équilibre entre une description exhaustive des risques et le risque associé de surparamétrisation, et l'interprétation simple de ses paramètres. On peut concevoir un modèle d'EDP en dimension plus grande : vers les *sparse grids*.



Anna Rita Bacinello.

Fair Valuation of a Guaranteed Life Insurance Participating Contract Embedding a Surrender Option.

Journal of Risk and Insurance, 70(3) :461–487, 2003.



Anna Rita Bacinello, Enrico Biffis, and Pietro Millosovich.

Pricing life insurance contracts with early exercise features.

Journal of Computational and Applied Mathematics, 233(1) :27–35, November 2009.



Enrico Biffis.

Affine processes for dynamic mortality and actuarial valuations.

Insurance : Mathematics and Economics, 37(3) :443–468, 2005.



Enrico Biffis and Pietro Millosovich.

The fair value of guaranteed annuity options.

Scandinavian Actuarial Journal, 2006(1) :23–41, January 2006.



François Bonnin, Frédéric Planchet, and Marc Juillard.

Best estimate calculations of savings contracts by closed formulas : application to the ORSA.

Eur. Actuar. J., 4(1) :181–196, March 2014.



Stéphanie Fauvel and Maryse Le Pévédic.

Analyse des rachats d'un portefeuille vie individuelle : approche théorique et applications pratique.

Mémoire d'actuariat, ENSAE, 2007.



Anders Grosen and Peter Løchte Jørgensen.

Fair valuation of life insurance liabilities : The impact of interest rate guarantees, surrender options, and bonus policies.

Insurance : Mathematics and Economics, 26(1) :37–57,
February 2000.



Yusho Kagraoka.

Modeling insurance surrenders by the negative binomial model.

Working paper, 2005.



Changki Kim.

Modeling Surrender and Lapse Rates With Economic Variables.

North American Actuarial Journal, 9(4) :56–70, October 2005.



Kristen S. Moore and Virginia R. Young.

Optimal Design of a Perpetual Equity-Indexed Annuity.

North American Actuarial Journal, 9(1) :57–72, January 2005.



Christian Prudent.

La clause de rachat anticipé évaluée comme une option.

Technical Report 9, Fédération Française des Sociétés d'Assurances, Paris, June 1996.



Tak Kuen Siu.

Fair valuation of participating policies with surrender options and regime switching.

Insurance : Mathematics and Economics, 37(3) :533–552, December 2005.



Chenghsien Tsai, Weiyu Kuo, and Wei-Kuang Chen.

Early surrender and the distribution of policy reserves.

Insurance : Mathematics and Economics, 31(3) :429–445, December 2002.



Antti Juho Tanskanen and Jani Lukkarinen.

Fair valuation of path-dependent participating life insurance contracts.

Insurance : Mathematics and Economics, 33(3) :595–609, December 2003.