

# Représentation d'un duopole de Stackelberg dans un modèle de simulation du marché pétrolier

Séminaire de la Chaire Finance et Développement Durable & du Laboratoire de Finance des Marchés d'Énergies

*21 mai 2010*



Pierre-Noël GIRAUD  
Aline SUTTER – Timothée DENIS

(CERNA, Mines ParisTech)  
(EDF R&D)



CHANGER L'ÉNERGIE ENSEMBLE

# Plan

## ► Introduction

## ► Le modèle

- Mono-acteur
- Duopole de Stackelberg

## ► Résultats

- Mono-acteur exploration libre
- Mono-acteur exploration contrainte
- Duopole de Stackelberg
- Synthèse comparative

## ► Conclusion



<http://www.lesechos.fr>



source image : encarta.msn.com



# Introduction



<http://www.lesechos.fr>



source image : encarta.msn.com

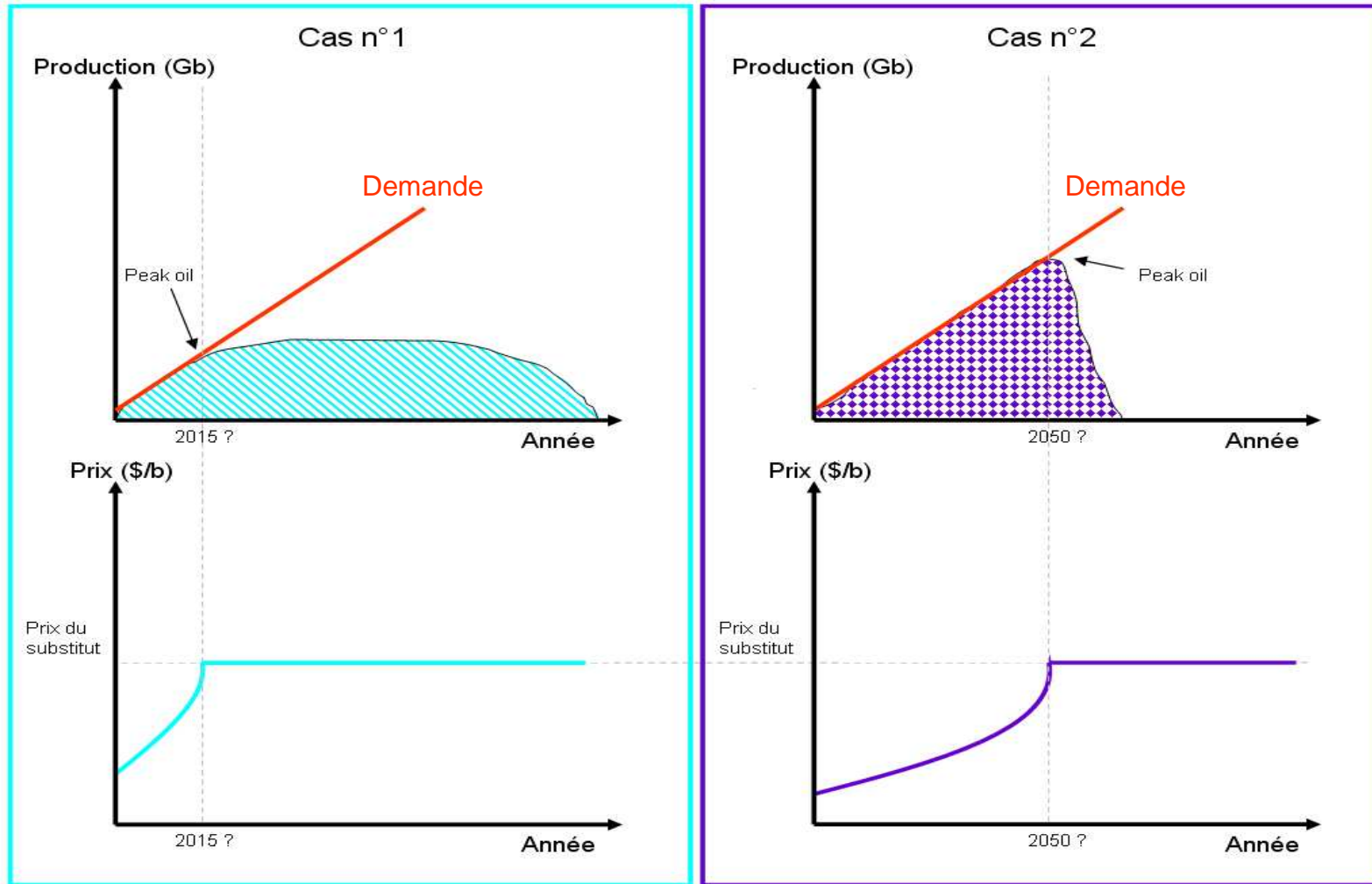


# Introduction (1/2)

- ▶ Le pétrole : une commodité pivot pour l'économie
- ▶ Collaboration académique entre P.N. Giraud et EDF-R&D
- ▶ Modèle de simulation représentant des agents rationnels en information incomplète
- ▶ Objectifs :
  - Comprendre les mécanismes de formation des prix en modélisant l'exploration et la production
  - Revisiter certaines approches classiques
    - ▬ Ricardo, Hotelling, Hubbert, Stackelberg...

# Introduction (2/2)

## ► Enjeux



# Le modèle

- Mono-acteur



<http://www.lesechos.fr>



source image : encarta.msn.com



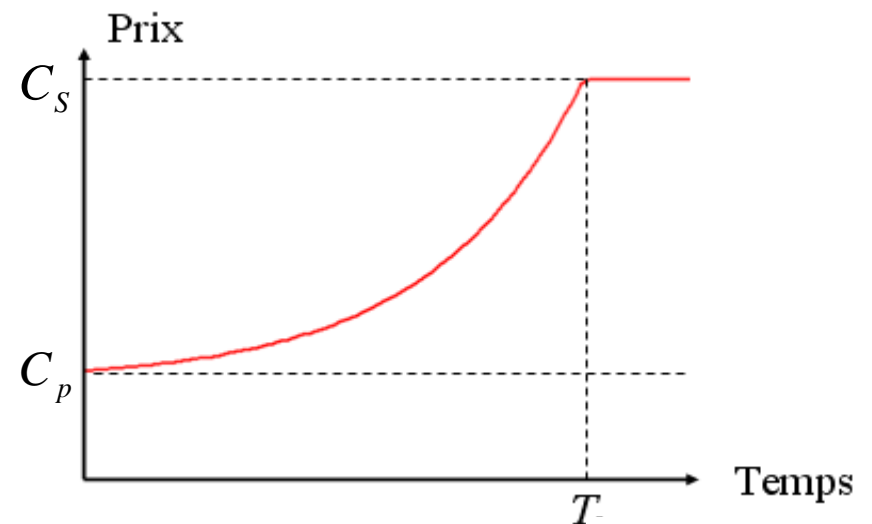
# Le modèle – Rente de Hotelling

## ► Hypothèses

- Ressource épuisable (avec un stock total et un coût d'extraction donnés)
- Existence d'un substitut abondant
- Demande donnée, date du peak oil connue
- Concurrence pure et parfaite entre les différents exploitants de gisements
- Pas de limites sur les capacités de production
- Existence d'un marché financier où placer sans risque au taux d'intérêt  $r$

$$P(t) = C_p + \underbrace{(C_s - C_p) \exp(-r(T-t))}_{\text{Rente de rareté de Hotelling}}$$

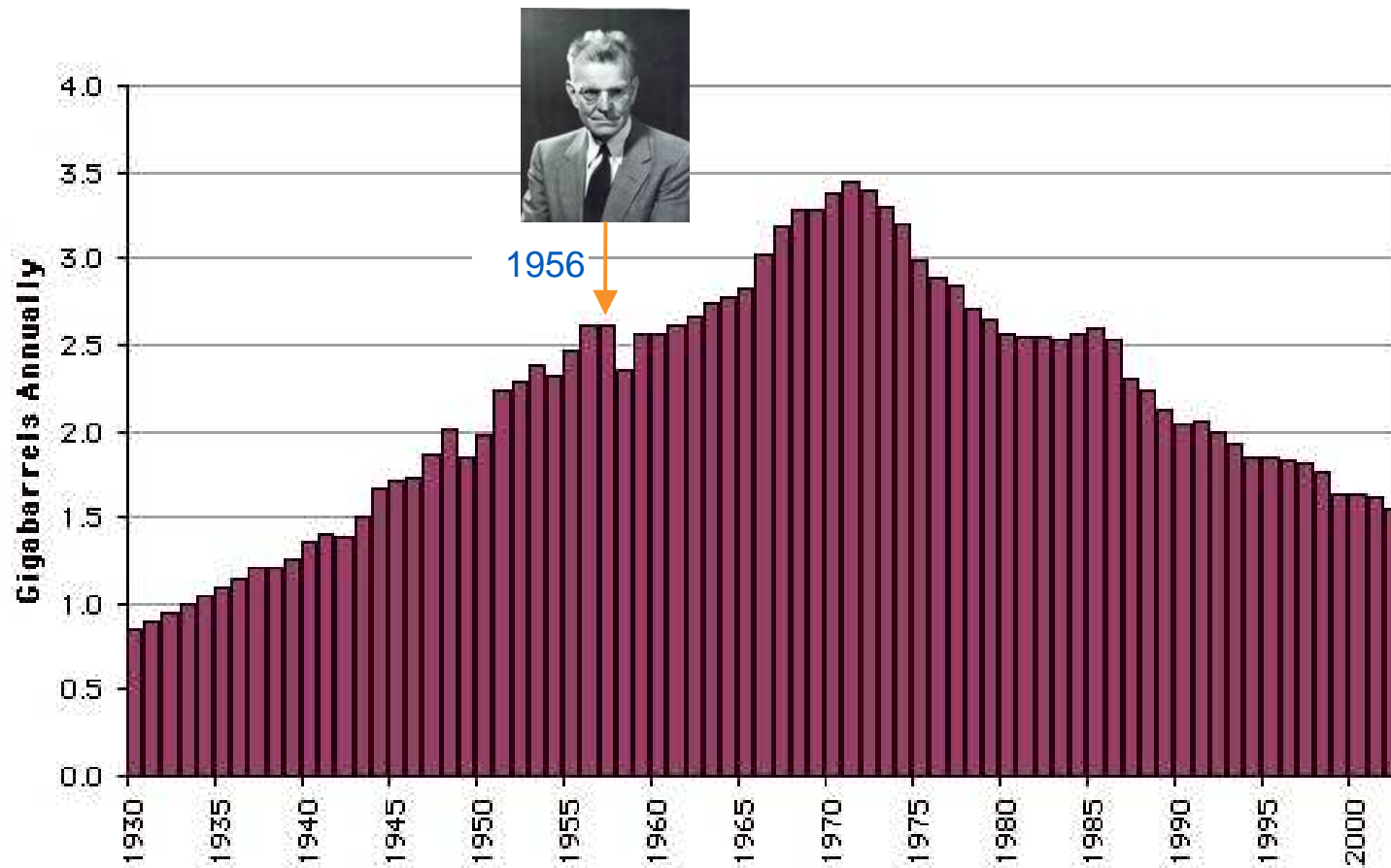
Aléatoire



# Le modèle – Pic de Hubbert (1/2)

## ► Histoire

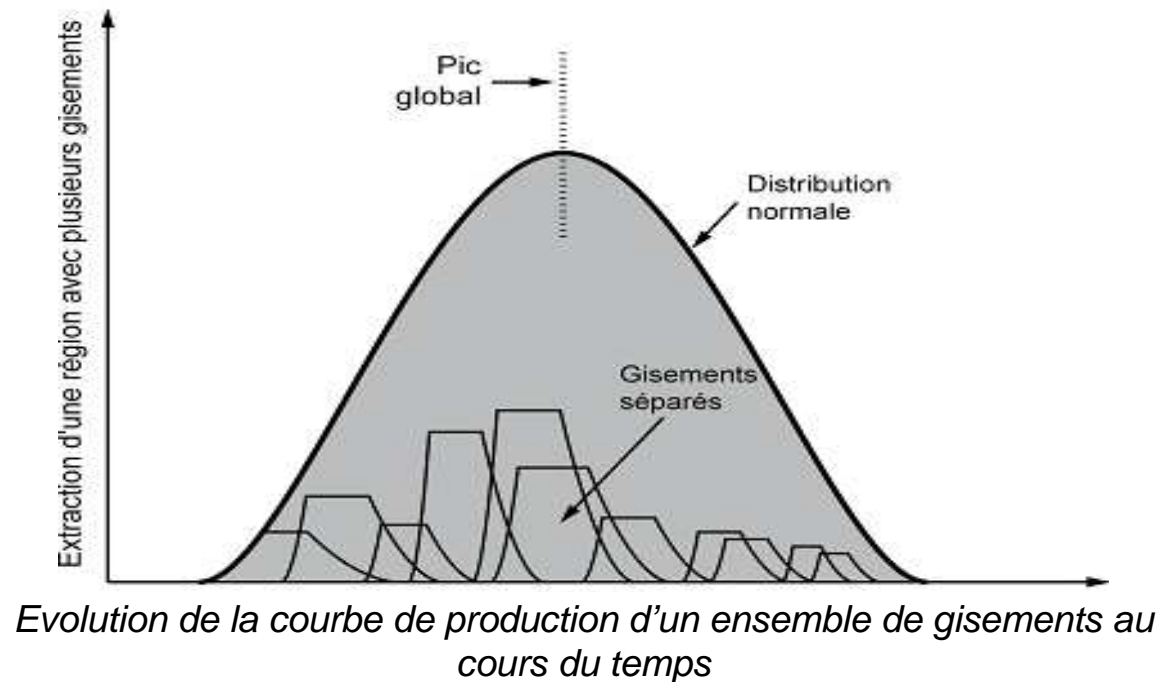
- Pic de production aux Etats-Unis prévu par Hubbert 15 ans à l'avance (avec une erreur d'un an)





## Le modèle – Pic de Hubbert (2/2)

- ▶ La production totale d'un bassin sédimentaire est supposée présenter un pic



- ▶ Au niveau régional ou mondial, la symétrie de la courbe de production globale est soumise à des hypothèses fortes liées à l'exploration de l'acteur

# Le modèle : structure générale

*Pas de temps t-1*

Connaissance sur les réserves en terre

Prix du pétrole

*Pas de temps t*

Explorateur-producteur

- 1) Calcule le niveau d'exploration optimal par minimisation du coût total de satisfaction de la demande
- 2) Explore et subit l'aléa de Découverte → Met à jour son portefeuille
- 3) Met ses gisements en production par coûts croissants pour satisfaire la demande

Coût marginal

Propriétaire de gisement

- 1) Evalue le risque lié à la détention du gisement en tant qu'actif financier
- 2) Calcule la rente de Hotelling en avenir incertain à partir de son estimation de la date du peak oil

Rente de Hotelling

Prix du pétrole

# Le modèle : stratégie d'exploration

- ▶ L'agent explore de manière à minimiser son coût de satisfaction de la demande espéré uniquement pour les prochains pas de temps (pas d'optimisation inter-temporelle)
- ▶ A chaque pas de temps  $t$  :
  - L'agent possède un portefeuille de gisements provenant des ses décisions d'exploration/production antérieures
  - Il calcule son niveau d'exploration  $\hat{n}_d(t)$ , optimal en espérance :

$$\hat{n}_d(t) = \arg \min_{n_d(t)} (\tilde{C}^T(t, n_d(t)))$$

$$\tilde{C}^T(t, n_d(t)) = \underbrace{\tilde{C}_P(t, n_d(t))}_{\text{Coût de production}} + \underbrace{C_e n_d(t)}_{\text{Coût d'exploration}}$$

Coût total
Coût de production
Coût d'exploration

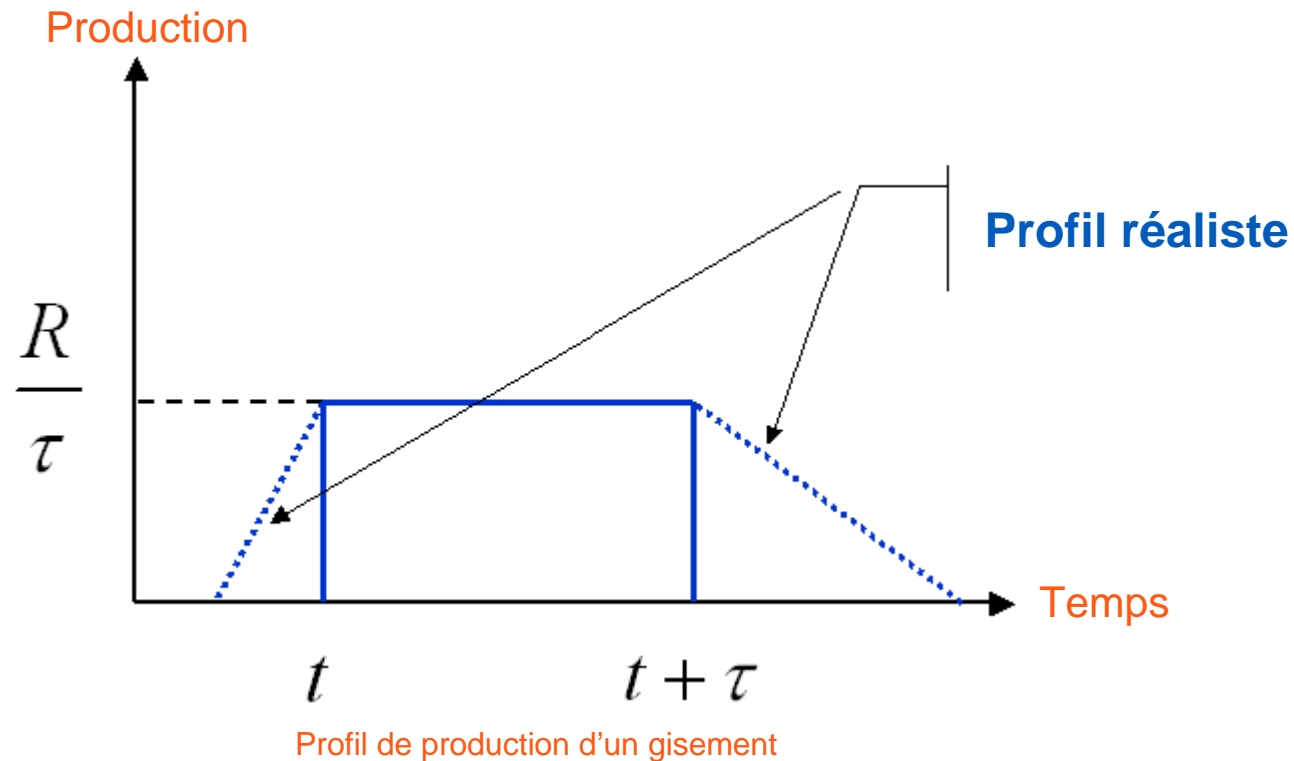
$$\tilde{C}_P(t, n_d(t)) = \sum_{j=1}^{N_C} C_j \tilde{P}_j(t, n_d(t)) + C_S \tilde{P}_S(t, n_d(t))$$

- $C_j$  Coût d'extraction du pétrole de classe  $j$
- $\tilde{P}_j$  Production espérée du pétrole de classe  $j$
- $C_S$  Coût d'extraction du substitut
- $\tilde{P}_S$  Production espérée du substitut
- $N_C$  Nombre total de classes de coûts

- ▶ Il effectue l'exploration, et subit l'aléa (taille et coût de production des gisements découverts)

# Le modèle : contraintes de production

- ▶ La demande est satisfaite en mettant en production les gisements en portefeuille, par coûts croissants
  - Sous la contrainte technique : un gisement produit une quantité constante pendant  $\tau$  années



# Le modèle : mise à jour des connaissances

- ▶ Au pas de temps 0, le propriétaire de gisements connaît uniquement le nombre total de gisements à découvrir, mais en ignore les tailles, coûts et distributions
- ▶ Il utilise les résultats de ses découvertes successives pour mettre à jour ses connaissances :
  - Date estimée du peak oil (l'évolution de la demande étant connue)
  - Ecart-type relatif de cette date du peak oil
- ▶ Ces deux éléments vont lui permettre de calculer la rente de Hotelling en avenir incertain

# Le modèle : rente de Hotelling en avenir incertain (1/3)

- ▶ Etape 1 : Estimation de la date du peak oil  $T$  en fonction des découvertes passées

$N$  Nombre total de bassins sédimentaires

$N_s$  Nombre de tailles différentes existantes

$N_c$  Nombre de coûts d'extraction différents existants

$\tilde{n}_{ijsample}(t)$  Nombre de bassins de taille  $i$  et de coût d'extraction  $j$  déjà découverts

$V_i$  Volume correspondant à la taille  $i$  (Gb)

$\tilde{N}_{sample}(t)$  Nombre total de bassins déjà découverts

Estimation du nombre total de bassins de taille  $i$  et de coût d'extraction  $j$  :

$$\tilde{n}_{ij}(t) = N \frac{\tilde{n}_{ijsample}(t)}{\tilde{N}_{sample}(t)}$$

Estimation du volume total en terre :

$$\tilde{R}(t) = \sum_{i=1}^{N_s} V_i \left( \sum_{j=1}^{N_c} \tilde{n}_{ij}(t) \right)$$

**Date  $T$  estimée par simulations à partir du volume estimé**

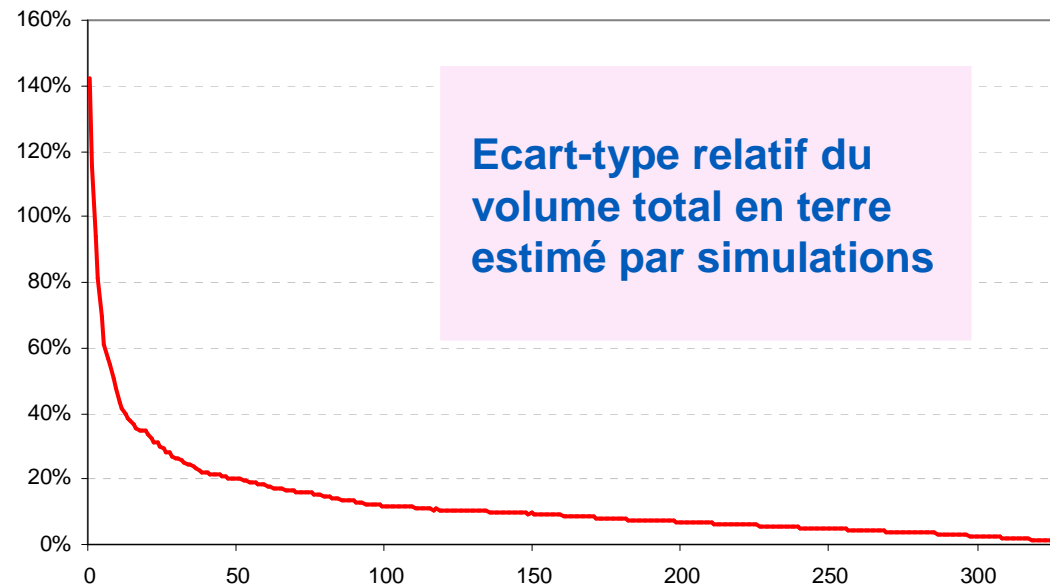
# Le modèle : rente de Hotelling en avenir incertain (2/3)

- ▶ Etape 2 : Estimation de l'écart-type relatif de la date du peak oil, égal à l'écart-type relatif du volume total en terre :

$$\sigma_R(t) = \frac{\sqrt{E_x \left[ \left( \tilde{R}(t) - S \right)^2 \right]}}{S}$$

$S$  Volume total en terre

Ecart-type relatif volume total en terre



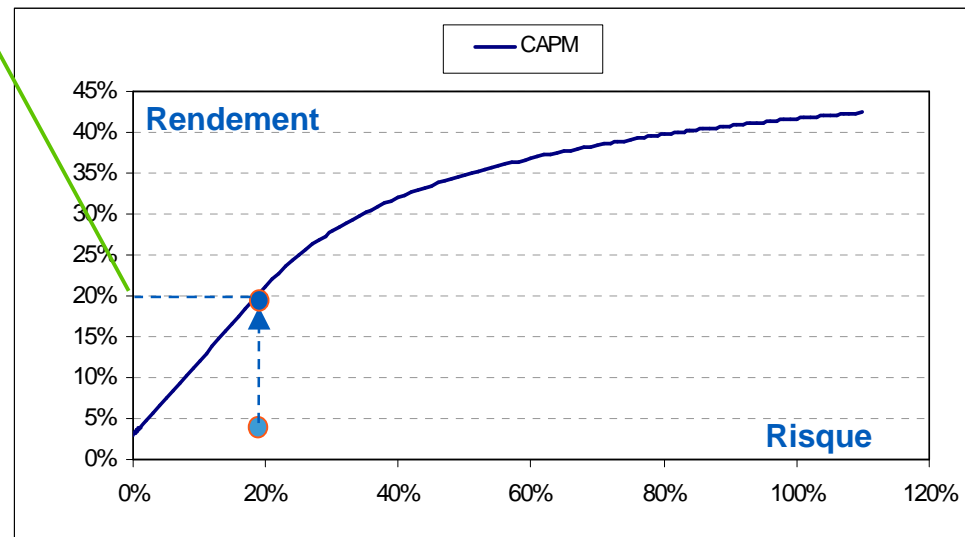
Nombre de gisements explorés

# Le modèle : rente de Hotelling en avenir incertain (3/3)

► Principe du calcul de la rente à partir de :

- la date du peak oil estimée
- l'écart-type relatif de cette date

$$P(t) = C_p + (C_s - C_p) \exp(-r(T - t))$$



Acheter un gisement et le conserver jusqu'à la date d'épuisement

Acheter un actif financier de même risque





<http://www.lesechos.fr>

# Méthodologie

- Modèle de duopole de Stackelberg



source image : encarta.msn.com



# Modèle de duopole de Stackelberg (1/4)

## ► Principe de base

### ■ FRANGE CONCURENTIELLE

- Doit explorer pour satisfaire la demande résiduelle, la production du cœur étant prise comme une donnée
- Minimise ses coûts

### ■ CŒUR

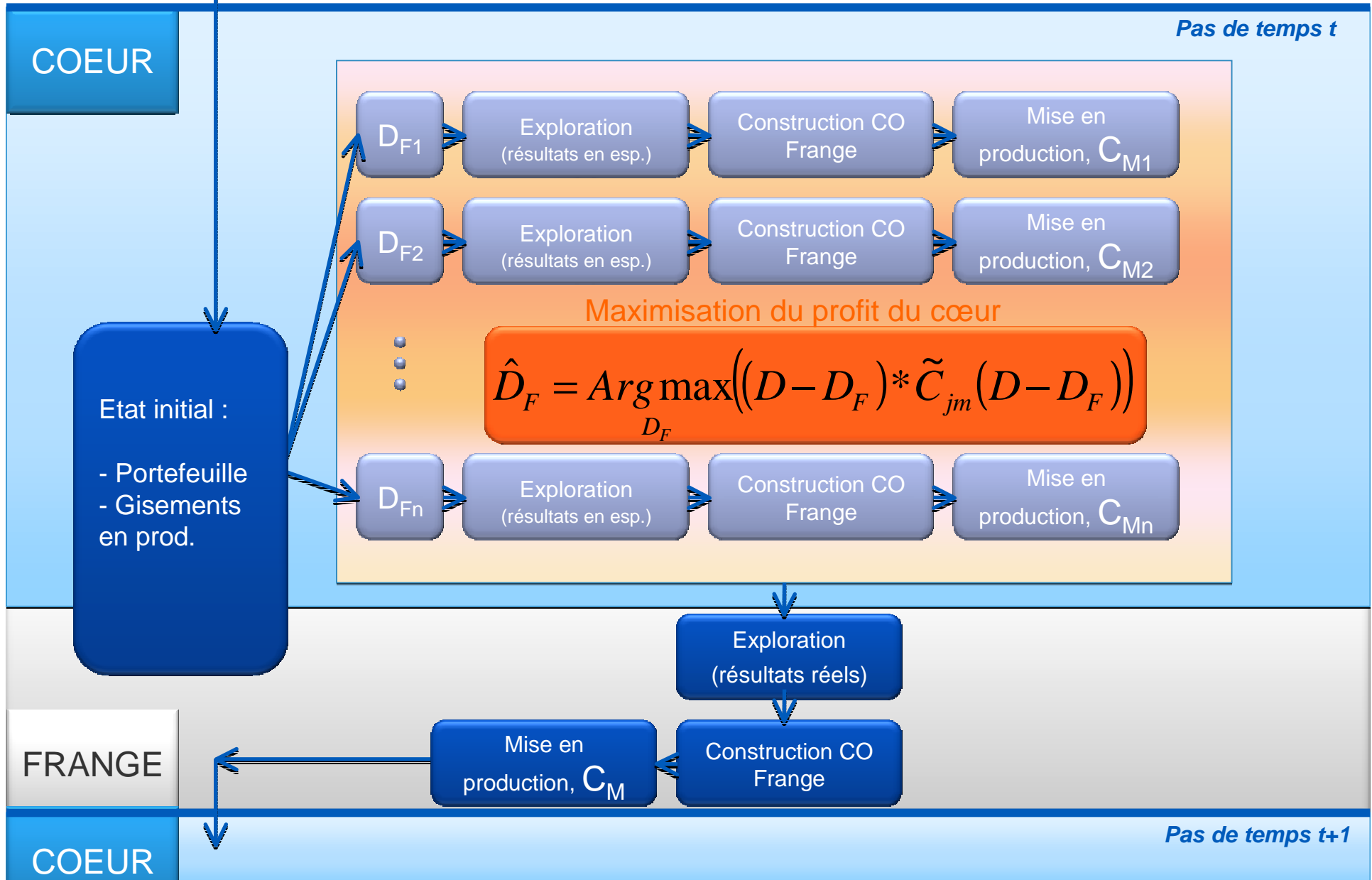
- Possède la majorité des réserves à bas coûts et n'a pas besoin d'explorer
- Maximise son profit, compte tenu de :
  - la stratégie d'exploration de la frange
  - les résultats d'exploration espérés de la frange

# Modèle de duopole de Stackelberg (2/4)

## ► Schéma fonctionnel de l'interaction cœur/frange

Pas de temps t-1

Pas de temps t



# Modèle de duopole de Stackelberg (3/4)

## ► Equations de l'équilibre

$D(t)$	Demande totale de pétrole
$D_H(t)$	Part de la demande totale satisfaite par le cœur
$D_F(t)$	Part de la demande totale satisfaite par la frange
$\tilde{C}_{jm(t)}(t)$	Coût marginal de production espéré,

$$\text{avec } jm(t) = \max_j \left( j / \underbrace{\tilde{P}_j(t, \hat{n}_d(t))}_{> 0} \right)$$

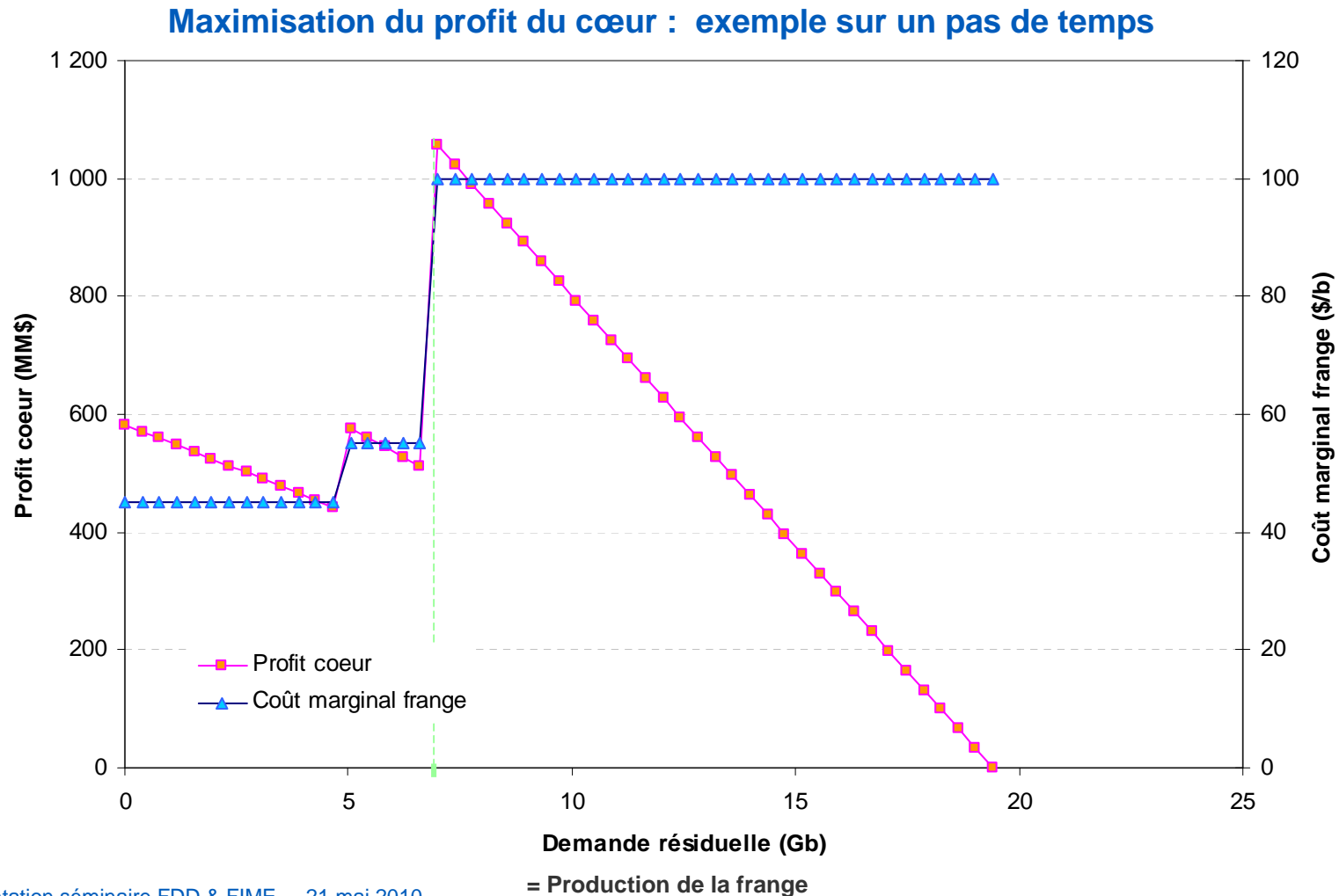
Production espérée de pétrole de coût d'extraction  $j$  en fonction du nombre de gisement explorés  $\hat{n}_d(t)$

$$D(t) = D_H(t) + D_F(t)$$

$$\hat{D}_H(t) = \underset{D_h(t)}{\text{Arg max}} \left( D_h(t) \tilde{C}_{jm(t)}(t, D_h(t)) \right)$$

# Modèle de duopole de Stackelberg (4/4)

## Optimisation du profit du cœur : détails numériques



# Résultats



<http://www.lesechos.fr>

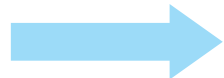


source image : encarta.msn.com



# Objectifs de l'étude

- ▶ Quel est l'impact de contraintes « above the ground » (restrictions d'accès aux réserves, par exemple) et de la structure du marché (mono-acteur ou duopole) sur :
  - La forme du pic de production mondial ?
  - La date du peak oil ?
  - L'évolution des coûts marginaux de production ?
- ▶ Quelle est l'influence des contraintes « above the ground » et de la structure du marché sur la variabilité du pic et des coûts suivant les scénarios de découvertes ?

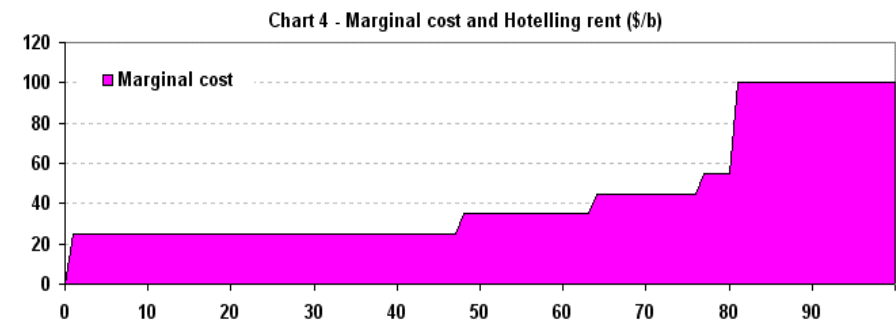
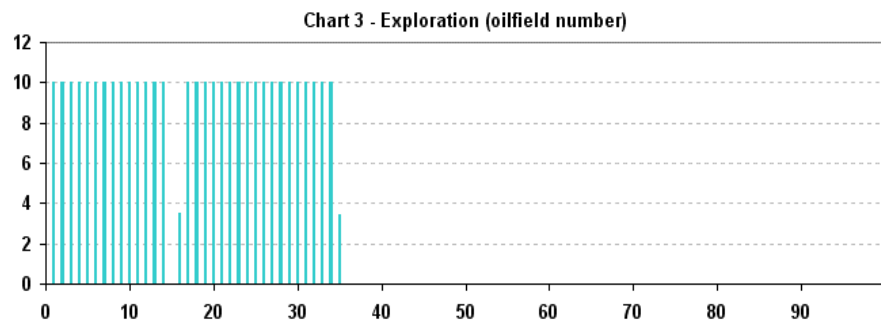
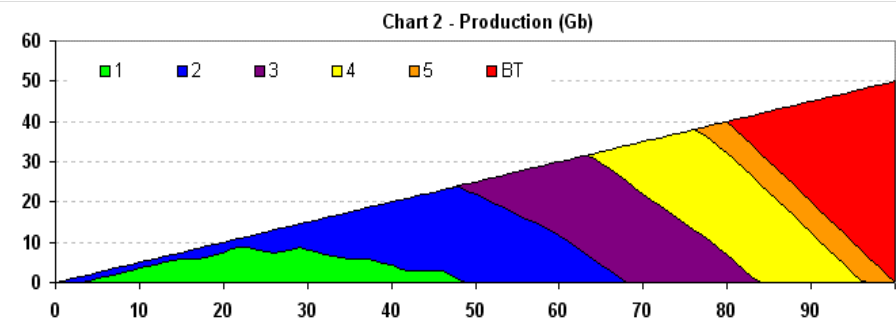
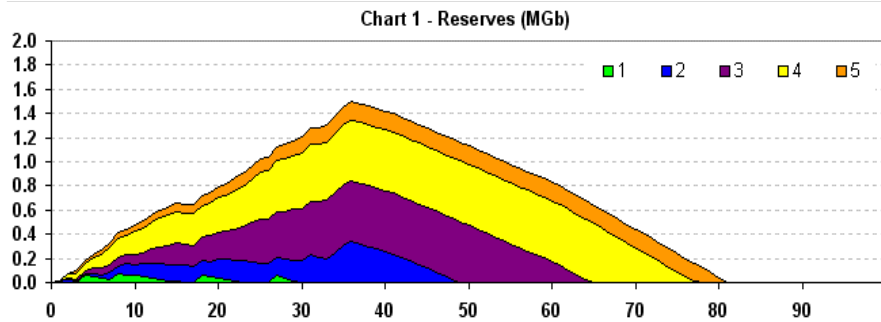


## Analyse comparative de 3 cas :

- Mono-acteur / exploration libre
  - Mono-acteur / exploration contrainte
  - Duopole de Stackelberg
1. Analyse des sorties du modèle sur 1 seul scénario de découverte
  2. Comparaison des scénarios moyens et des scénarios extrêmes sur 100 scénarios de découverte

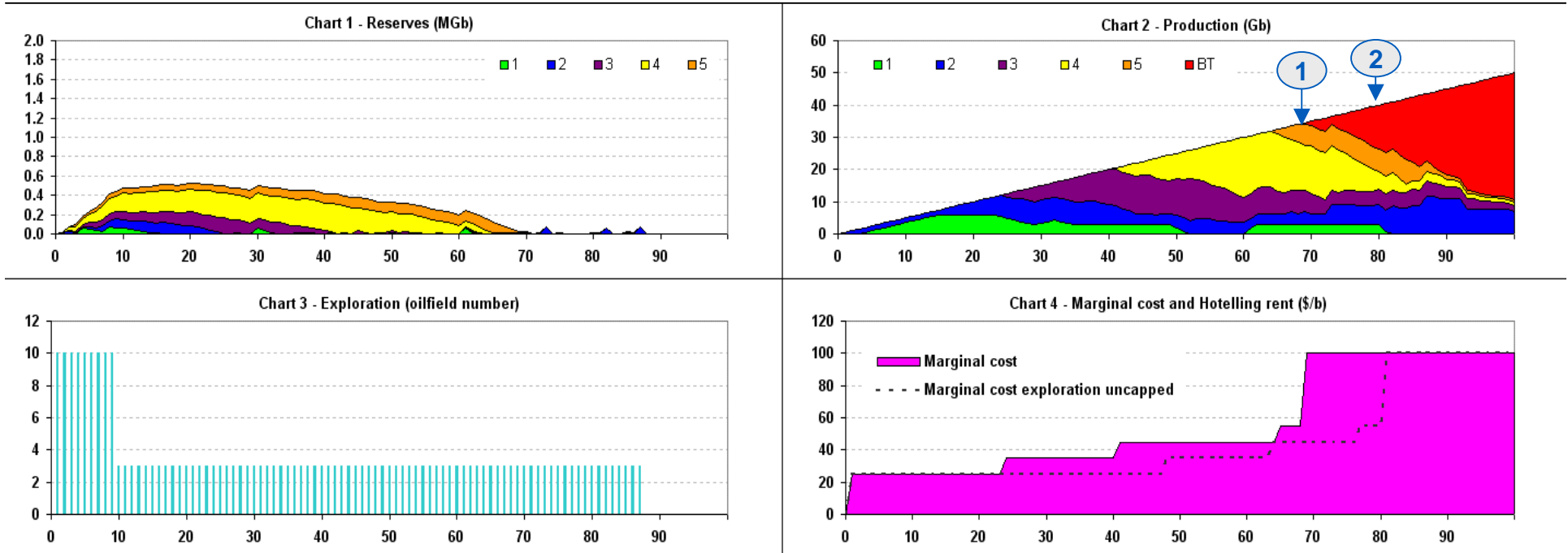


# 1 scénario mono-acteur / exploration libre





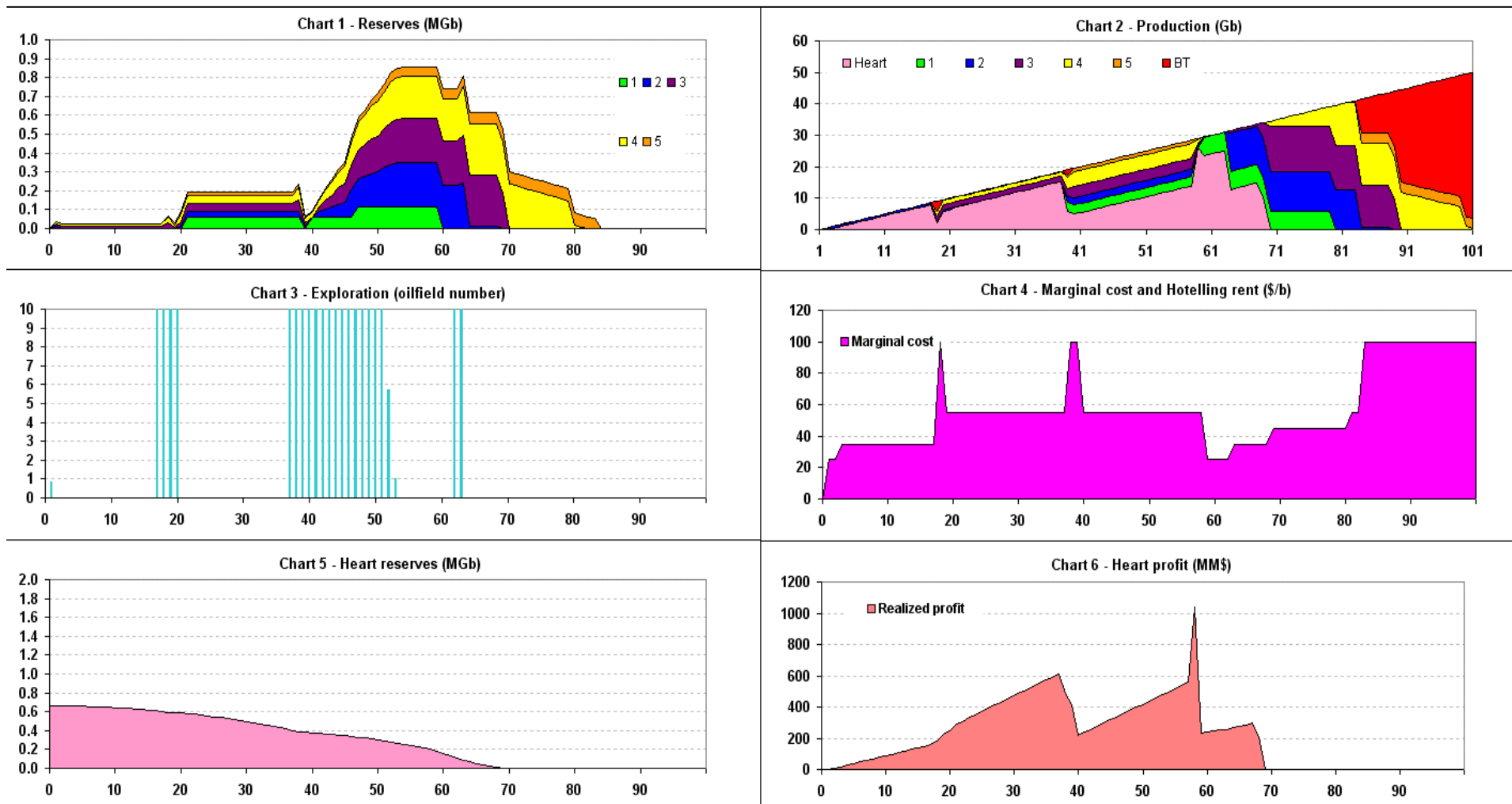
# 1 scénario mono-acteur / exploration contrainte



- 1 Peak oil exploration contrainte
- 2 Peak oil exploration libre

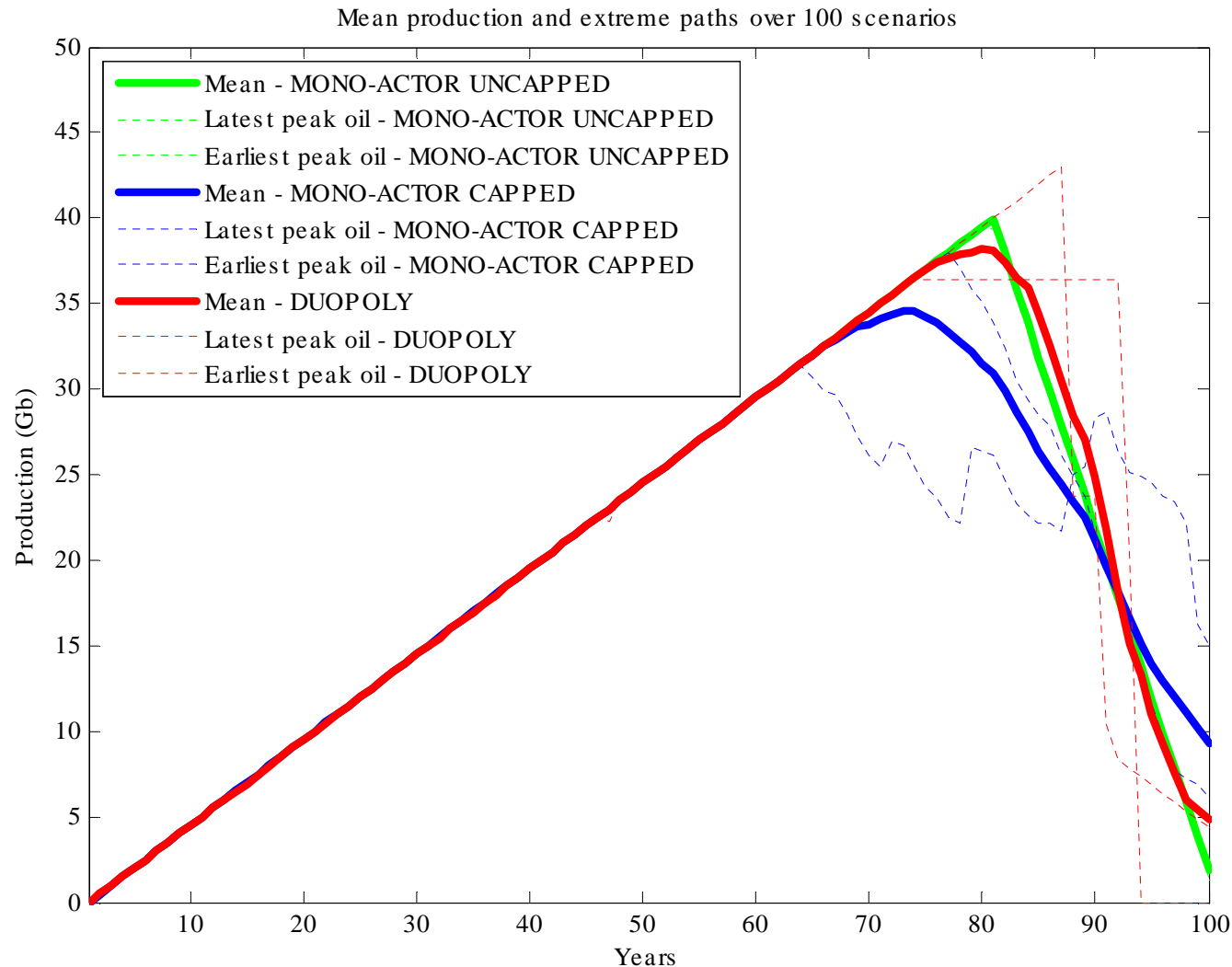


# 1 scénario duopole de Stackelberg



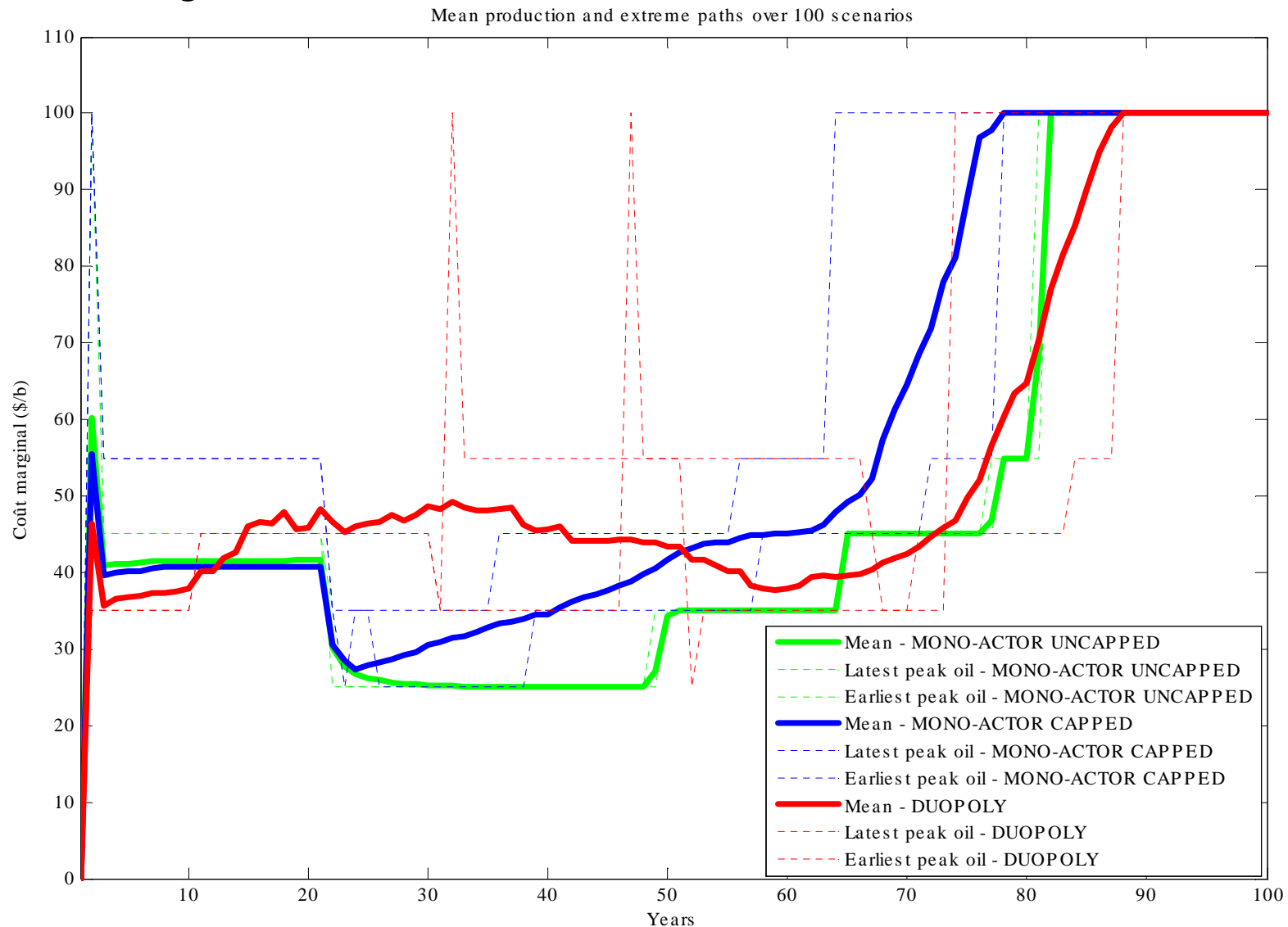
# 100 scénarios – comparaison des 3 cas (1/2)

## ► Production mondiale



# 100 scénarios – comparaison des 3 cas (2/2)

## ► Coût marginal



# Conclusion



<http://www.lesechos.fr>






source image : encarta.msn.com



# Conclusions

## ► Synthèse des résultats

	Date du peak oil	Forme du pic de production mondial	Niveau du coût marginal de production	Variabilité du coût marginal de production
<b>Mono-acteur, exploration libre</b> 	Peak oil tardif	Décroissance purement technique	Bas, évolution « U-shaped »	-
<b>Mono-acteur, exploration contrainte</b> 	Peak oil avancé (date variable)	Peak de Hubbert	Bas au début, élevé à la fin	+
<b>Duopole de Stackelberg</b> 	Peak oil avancé ou tardif (date variable)	Forme du pic très variable	Elevé au début, bas à la fin	+++ pics et cycles

- Dans le cas mono-acteur, possibilité de représenter deux zones d'exploration
- « Work in progress » : pour le séminaire des 28-29 juin, résultats supplémentaires (prix et rente de Hotelling)

# Perspectives

## ◆ Aspects méthodologiques encore à creuser... (1/2)

- Dans une province pétrolière, la combinaison de l'effet « information » à l'effet « épuisement » conduit à un taux de découverte suivant une courbe en cloche :

$CD(t)$

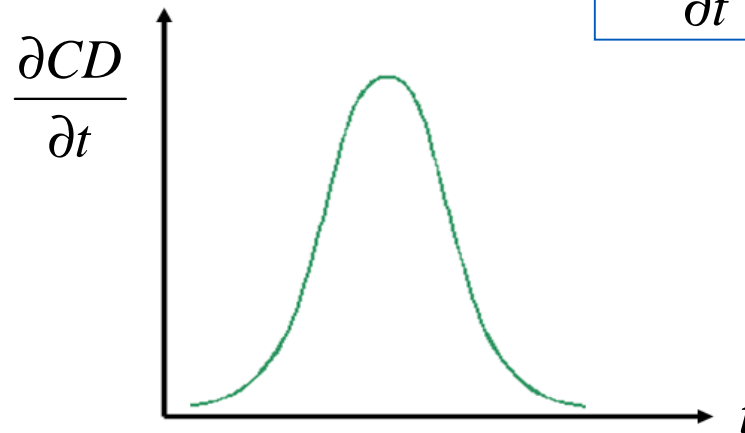
Découvertes cumulées

Croissance logistique

$\frac{\partial CD(t)}{\partial t}$

Taux de découverte

$$\frac{\partial CD(t)}{\partial t} \propto CD(t)(Q_{\infty} - CD(t))$$



- **A démontrer** : « Pour que la courbe de production suive elle-aussi une courbe en cloche, il faut au moins faire l'hypothèse que le niveau d'exploration dans la province reste constant au cours du temps. »

## Intérêt :

- Justifier théoriquement l'intérêt et l'originalité du modèle, qui représente explicitement une stratégie d'exploration/production et analyse les caractéristiques du pic de production endogène

# Perspectives

## ◆ Aspects méthodologiques encore à creuser... (2/2)

### ■ Calcul du risque lié à la détention d'une réserve pétrolière

- Actuellement : ce risque est assimilé à l'écart-type relatif de la date du peak oil
- Idéalement : ce risque correspond à l'écart-type relatif de la rentabilité de l'investissement dans cette réserve pétrolière

### ■ Idée à approfondir : calcul de la rentabilité de l'investissement dans la réserve par inversion de la formule de Hotelling :

$$r = \frac{1}{T - t} \ln \left( \frac{C_s - C_m(t)}{H(t)} \right)$$

$r$       taux d'actualisation en avenir incertain (rentabilité)

$T$       date du peak oil estimée en avenir incertain

$C_s$       coût du substitut

$C_m(t)$       coût marginal de production

$H(t)$       rente de Hotelling en avenir certain :  $H(t) = (C_s - C_m(t)) \exp(-r_0(T_{cert} - t))$

$r_0$       taux sans risque

$T_{cert}$       date du peak oil en avenir certain

- Simulations de l'écart-type relatif de cette rentabilité en fonction du nombre de gisements explorés

## Intérêt :

- Déterminer un mode de calcul du risque lié à l'investissement dans une réserve pétrolière plus réaliste



# Questions ?



<http://www.lesechos.fr>



source image : encarta.msn.com

