

FiME

LABORATOIRE COMMUN  
DAUPHINE CREST EDF



Chaire Finance  
& Développement Durable

# Taux d'intérêt écologiques



Olivier Guéant  
Mercredi 26 Mars 2008

# Présentation

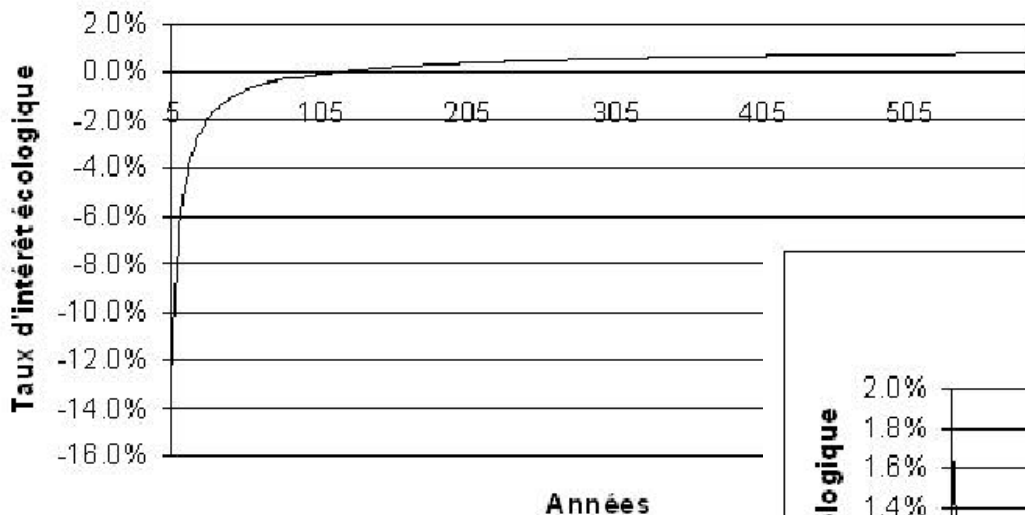


- Notion créée par Roger Guesnerie au début des années 2000.
- But : rompre avec une actualisation à des taux élevés qui écrasent le futur.
- Chronologie :
  - Article fondateur de Roger Guesnerie (Revue Economique, Mai 2004)
  - Groupe de travail. Jean-Michel Lasry / Olivier Guéant / David-Olivier Zerbib (2006-2007) ayant reçu le prix de l'ASTEC.
  - A paraître, un article commun.

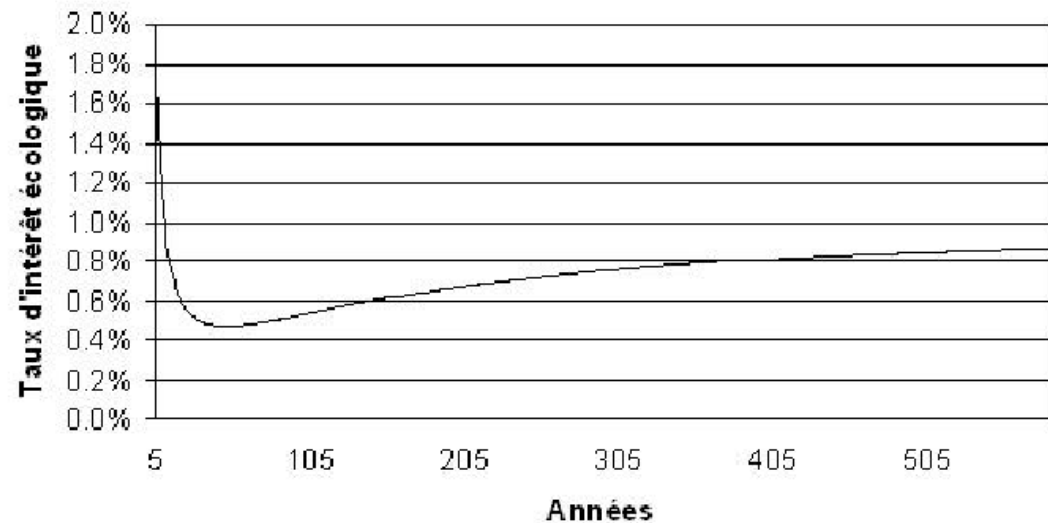
# Quelques courbes pour motiver



**Courbe des taux écologiques**



**Courbe des taux écologiques**



# Cadre du modèle



- Modèle à agent représentatif dit de Keynes-Ramsey mais à deux biens (taux d'intérêt exogène).

$$u(c_t, e_t) = \frac{\left[ \left( \alpha c_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\alpha) e_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \right]^{1-\sigma'}}{1-\sigma'}$$

$$\begin{aligned} & \text{Max}_{c_t, e_t} \sum_{t=0}^{\infty} \exp(-\rho t) u(c_t, e_t) \\ & \text{s.c.} \begin{cases} a_0 \text{ connu} \\ a_{t+1} = \exp(r) a_t + y_t - c_t \\ e_t \leq E \end{cases} \end{aligned}$$

# Résolution du problème d'optimisation



- Résolution par Lagrangien

$$e_t^* = E$$

$$\partial_c u(c_t^*, E) = \alpha c_t^*{}^{-\frac{1}{\sigma}} \left[ \alpha c_t^*{}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\alpha)E^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{1-\sigma\sigma'}{\sigma-1}} = \frac{\lambda_0}{\exp((r-\rho)t)}$$

avec  $\lambda_0$  premier multiplicateur de Lagrange du problème.

- Pas de solution explicite : analyse asymptotique

# Taux de croissance asymptotique



- La détermination du taux de croissance asymptotique va dépendre de l'élasticité de substitution entre les deux biens.

Cas	Taux de croissance asymptotique	Analyse
$\sigma < 1$	$g_{\infty} = \sigma(r - \rho)$	Blocage écologique
$\sigma > 1$	$g_{\infty} = \frac{r - \rho}{\sigma'}$	Cadre usuel à la <i>Keynes-Ramsey</i>
$\sigma = 1$	$g_{\infty} = \frac{2(r - \rho)}{1 + \sigma'}$	Cas Cobb-Douglas, spécifique.

- Le cas logarithmique (  $\sigma' = 1$  ) permet de comprendre le sens du terme blocage écologique

# Définition des taux d'intérêt écologiques



- Une définition pertinente d'un taux d'intérêt écologique est la suivante :

$$\left( \frac{\delta e_T}{-\delta c_0} \right)_{U=U^*} = \exp(\nu_T T)$$

- Cette définition est cohérente avec le modèle à un bien.
- Cette définition doit être comprise à la marge des optima.

# Formule des taux d'intérêt écologiques



$$\exp(\nu_T T) = \frac{\partial_c u(c_0^*, E)}{\exp(-\rho T) \partial_e u(c_T^*, E)}$$

A horizon fini cela donne (à l'aide des CPO) :

$$\nu_T = r + \frac{1}{T} \ln \left( \frac{\alpha}{1 - \alpha} \right) - \frac{1}{\sigma T} \ln \left( \frac{c_T^*}{E} \right)$$

Asymptotiquement :

$$\nu_\infty = r - \frac{g_\infty}{\sigma}$$



# Taux d'intérêt écologiques de long terme



Cas	Taux d'intérêt écologique de long terme
$\sigma < 1$	$\rho$
$\sigma > 1$	$(1 - \frac{1}{\sigma\sigma'})r + \frac{1}{\sigma\sigma'}\rho$
$\sigma = 1$	$\rho - \frac{1-\sigma'}{1+\sigma'}(r - \rho)$

- De même, sous l'hypothèse d'une diminution exponentielle de la qualité au taux  $g'$  :

Cas	Taux d'intérêt écologique de long terme
$\sigma < 1$	$\rho - \sigma'g'$
$\sigma > 1$	$(1 - \frac{1}{\sigma\sigma'})r + \frac{1}{\sigma\sigma'}\rho - \frac{g'}{\sigma}$

# Conclusion d'étape



- Dans le cas du blocage écologique le taux d'intérêt écologique (asymptotique) n'est autre que le taux d'escompte psychologique
- Le taux d'intérêt écologique asymptotique est donc bien plus faible que le taux d'intérêt classique (financier).
- **Problème : discontinuité des taux d'intérêt écologiques asymptotiques. Est-ce un problème ?**
- Question : A quel horizon ces résultats s'appliquent-ils ?

# Une discontinuité sans conséquence



- La fonction suivante est discontinue en 1 :

$$\sigma \mapsto \nu_{\infty}(\sigma)$$

- Néanmoins, à tout horizon  $t$ , la fonction suivante est, elle, continue en 1 (démonstration non triviale).

$$\sigma \mapsto \nu_t(\sigma)$$

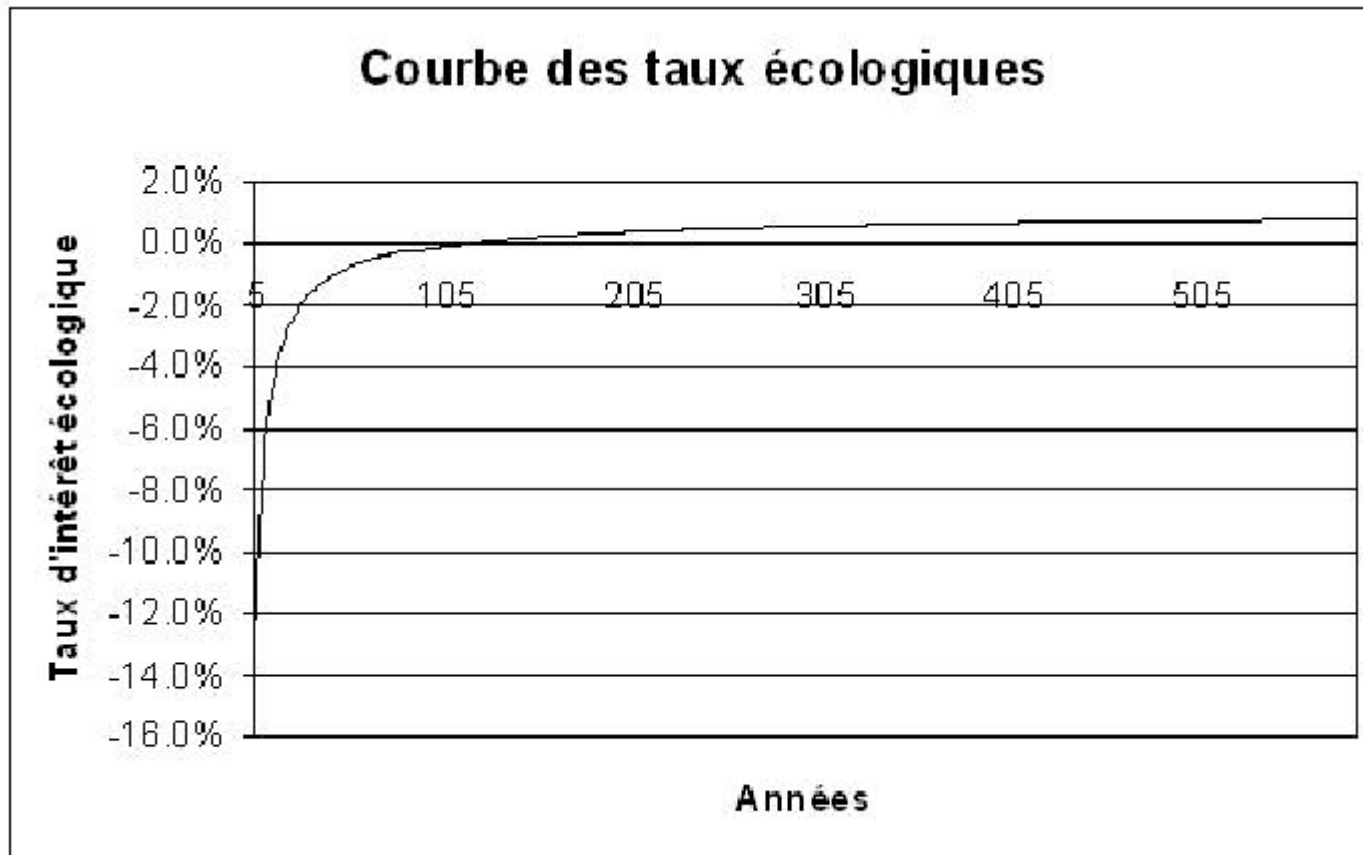
- La discontinuité supposée problématique n'est donc qu'un artefact lié à une convergence non uniforme.

# Courbe des taux écologiques



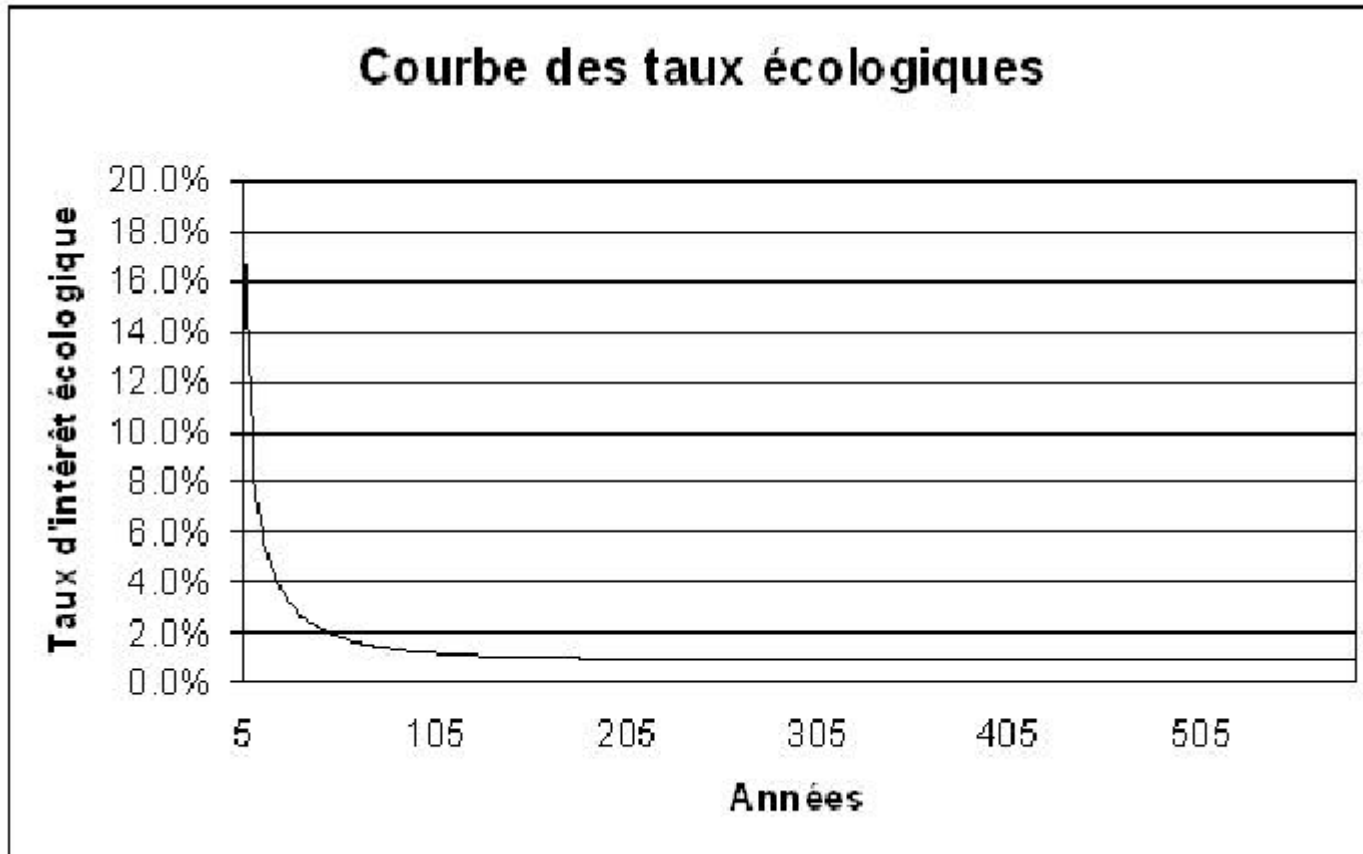
- A l'instar du cas financier, notre formule des taux d'intérêt écologiques permet de construire une courbe des taux.
- On remarque fort logiquement que la forme de la courbe dépend de la richesse du pays.

# Exemple d'un pays riche



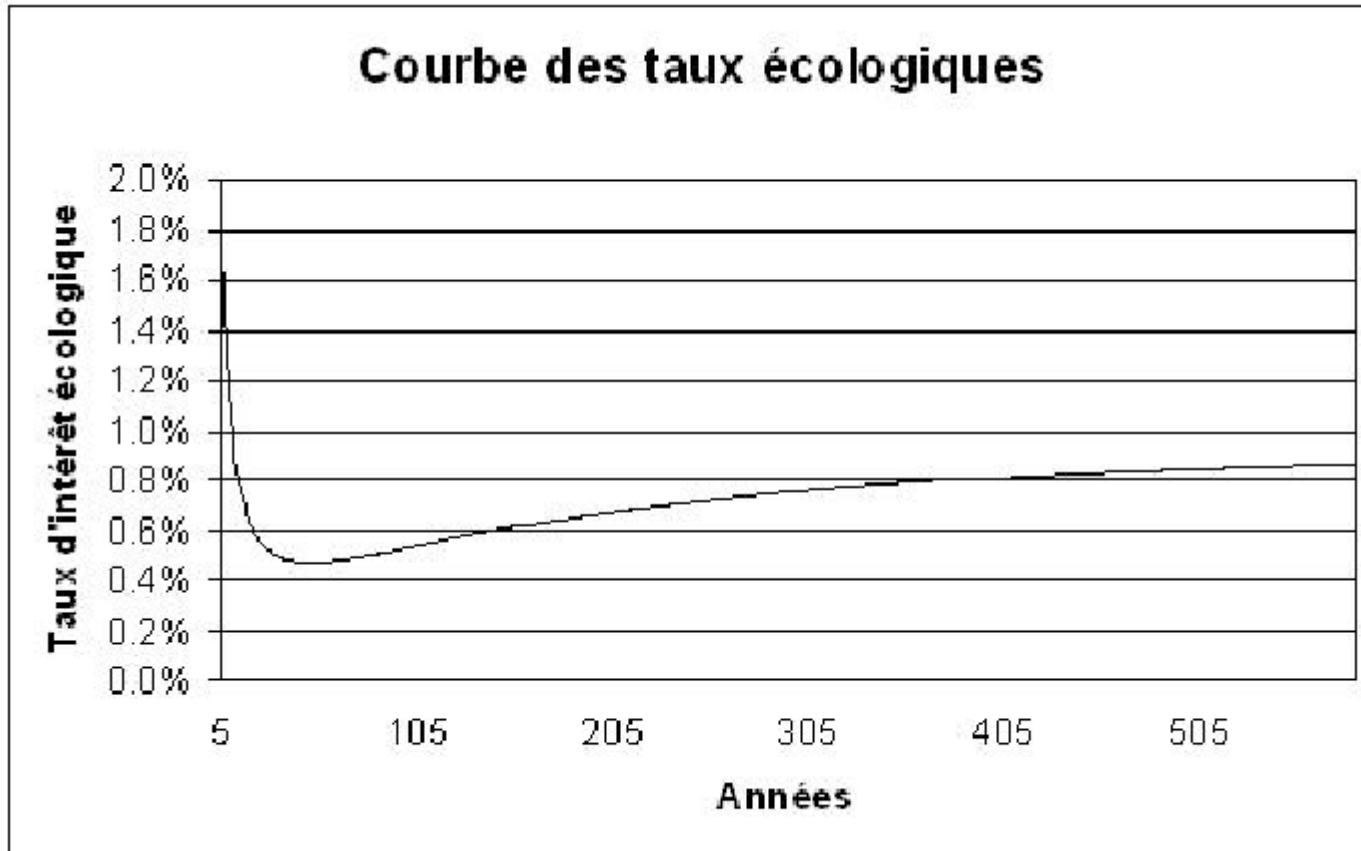
Courbe des taux ( $\alpha = 0.5$ ,  $\sigma = 0.5$ ,  $\sigma' = 0.8$ ,  $r = 3\%$ ,  $\rho = 1\%$ ,  $E$  très inférieur à  $c_0$ )

# Exemple d'un pays pauvre



Courbe des taux ( $\alpha = 0.5$ ,  $\sigma = 0.5$ ,  $\sigma' = 0.8$ ,  $r = 3\%$ ,  $\rho = 1\%$ ,  $E$  très supérieur à  $c_0$ )

# Exemple d'un pays intermédiaire



Courbe des taux ( $\alpha = 0.5$ ,  $\sigma = 0.5$ ,  $\sigma' = 0.8$ ,  $r = 3\%$ ,  $\rho = 1\%$ ,  $E$  et  $c_0$  proches)

# Conclusion



- On a légitimement des taux d'intérêt écologiques proches de 0 voire négatifs à l'horizon du siècle.
- Ce modèle stylisé est robuste à l'introduction d'aléa.