

# Modélisation économétrique affine des prix spot et à terme d'électricité

Olivier FÉRON<sup>1</sup> et Alain Monfort<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Electricité de France (EDF)– Research & Development  
1 Avenue du Général de Gaulle, CLAMART, FRANCE

<sup>2</sup> Centre de recherche en économie et statistique (CREST)  
3 Avenue Pierre Larousse, MALAKOFF, FRANCE

- **Contexte**
- **Approche économétrique affine**
  - Hypothèses fondamentales
  - Construction d'une probabilité risque neutre
  - Principes de modélisation
- **Description du modèle considéré**
  - Dynamique historique
  - Dynamique risque neutre
- **conclusion et perspectives**

- **Objectif** : calculer des indicateurs de risque pour des portefeuilles thermosensibles
  - Avoir une modélisation conjointe prix spot / prix à terme
  - Intégrer la température comme variable exogène
- **Modèles existants** :
  - Modèle à deux facteurs (modèle financier) : assure la cohérence prix spot / prix à terme (absence d'opportunité d'arbitrage)
  - Modèle économétrique : permet de modéliser plus finement les prix spot (dépendance à la température, pics de prix,...)
- **Approche économétrique affine**
  - Modèles économétriques
  - « Cohérence » prix spot / prix à terme

- **Clé** : Hypothèses différentes de celles classiquement utilisées en finance
- **4 piliers** :
  - *Facteur d'escompte stochastique* → lien entre probabilité historique et probabilité risque neutre
  - *Processus affine ou CAR* → large éventail de modèles
  - *Transformée de Laplace* → calculs explicites de valorisation
  - *Algorithme de Kitagawa-Hamilton* → estimation des paramètres

- **Notations :**

- $S_t$  le prix du sous-jacent à la date  $t$ .
- $g(S_T)$  pay-off, dépendant du prix  $S_T$  de la date  $T$
- $p_t[g(S_T)]$  le prix du produit dérivé à la date  $t$

- **Hypothèse sur l'information :**

Il existe une suite croissante d'ensemble  $(I_t)_t$  à partir desquels sont calculés les flux et les prix d'actifs.

① **Existence des prix** : À chaque flux de paiement  $g_T \in I_T$  correspond un prix à la date  $t$ , noté  $p_t [T, g] \in I_t$ .

② **Absence d'opportunité d'arbitrage statique** : l'opérateur de prix

$$g \rightarrow p_t [T, g]$$

est linéaire et continu.

③ **Absence d'opportunité d'arbitrage dynamique** : il est impossible de construire un portefeuille de produits dérivés de coût initial nul et qui a une probabilité non nulle d'être strictement positif dans le futur.

- 1 **Existence des prix** : À chaque flux de paiement  $g_T \in I_T$  correspond un prix à la date  $t$ , noté  $p_t [T, g] \in I_t$ .
- 2 **Absence d'opportunité d'arbitrage statique** : l'opérateur de prix

$$g \rightarrow p_t [T, g]$$

est linéaire et continu.

$\implies p_t$  définit une forme linéaire

## Théorème de représentation de Riesz

Il existe une fonction  $M_{t,T}$  telle que :

$$p_t [T, g] = \mathbb{E}_t [M_{t,T} g]$$

$M_{t,T}$  est le *facteur d'escompte stochastique* (SDF)

- Pour une obligation zero-coupon,  $g = 1$ ,

$$B(t, T) = \mathbb{E}_t [M_{t,T}]$$

- Réécriture du prix du produit dérivé

$$\begin{aligned} p_t [g] &= \mathbb{E}_t [M_{t,T} g] \\ &= B(t, T) \mathbb{E}_t \left[ \frac{M_{t,T}}{\mathbb{E}_t [M_{t,T}]} g \right] \\ &= B(t, T) \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}_t^T} [g] \end{aligned}$$

## Probabilité modifiée

$$\mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}_t^T} [X] = \mathbb{E}_t \left[ \frac{M_{t,T}}{\mathbb{E}_t [M_{t,T}]} X \right]$$



- 3 **Absence d'opportunité d'arbitrage dynamique** : il est impossible de construire un portefeuille de produits dérivés de coût initial nul et qui a une probabilité non nulle d'être strictement positif dans le futur.

- **Conséquence** :

- Positivité de  $M_{t,T}$  :  $\mathbb{P}(M_{t,T} > 0 | I_t) = 1, \forall t, T$
- Pour tout flux  $g_T$ ,  $p_t[g_T] = p_t[p_s[g_T]], t \leq s \leq T$
- Cohérence temporelle des SDF

$$M_{t,T} = M_{t,t+1} M_{t+1,t+2} \dots M_{T-1,T}$$

- Prix d'un produit dérivé de flux  $g_T$  :

$$p_t [g_T] = B(t, T) \mathbb{E}_t \left[ \frac{\prod_{s=t}^{T-1} M_{s,s+1}}{\prod_{s=t}^{T-1} \mathbb{E}_t [M_{s,s+1}]} g_T \right]$$

- Pour tout processus de prix  $p_t = \mathbb{E}_t [M_{t,T} g_T]$

$$\begin{aligned} p_t &= \mathbb{E}_t [M_{t,s} p_s], \quad \forall s \geq t \\ M_{0,t} p_t &= \mathbb{E}_t [M_{0,s} p_s] \end{aligned}$$

$\Rightarrow M_{0,t} p_t$  est une martingale

## Probabilité risque neutre

$$\mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}} [g_T] = \mathbb{E}_t \left[ \frac{\prod_{s=t}^{T-1} M_{s,s+1}}{\prod_{s=t}^{T-1} \mathbb{E}_t [M_{s,s+1}]} g_T \right]$$

- **Approche classique (temps discret) :**

- AOA  $\Leftrightarrow$  existence d'une probabilité qui rend les actifs actualisés martingales
- Pour tout payoff  $g_T$  atteignable, alors  $p_t [g_T] = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} [B(t, T)g_T]$
- Payoff atteignable  $\Leftrightarrow$  il existe une stratégie admissible telle que  $h = V_T(\phi)$

- **Approche économétrique affine :**

- Existence de prix pour tout payoff (liquide ou non, observable ou non). Le prix est fonction de l'information  $I_t$  définie *a priori*.
- + AOA  $\Rightarrow$  existence d'une probabilité risque neutre. Cette probabilité rend les actifs actualisés martingales

- Il existe une infinité de SDF  $M_{t,t+1}$ , fonction de l'information  $I_{t+1}$  compatibles avec les prix observés.
- On restreint *a priori* le nombre de SDF admissibles
- Formes paramétriques pour obtenir des formules de valorisation explicites :

$$M_{t,t+1} = \exp \{ \alpha_t(\mathbf{w}_t) + \beta_t(\mathbf{w}_t) \mathbf{w}_{t+1} \}$$

forme exponentielle affine.

- **Modèle (discrétisé) d'évolution de l'actif risqué**

$$r_{t+1} = \ln \frac{S_{t+1}}{S_t} \sim \mathcal{N} \left( \mu - \frac{\sigma^2}{2}, \sigma^2 \right)$$

- **Facteur d'escompte stochastique**

$$M_{t,t+1} = \exp \{ \alpha + \beta r_{t+1} \}$$

- **Contraintes sur  $\alpha$  et  $\beta$**

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_t [M_{t,t+1}] &= B(t, t+1) = \exp \{-r\} \\ \mathbb{E}_t [M_{t,t+1} S_{t+1}] &= S_t \end{aligned}$$

- **Distribution risque neutre** : caractérisation par la transformée de Laplace

$$\begin{aligned}\psi_t^{\mathbb{Q}}(u) &= \mathbb{E}_t \left[ \frac{M_{t,t+1}}{\mathbb{E}_t[M_{t,t+1}]} \exp \{ur_{t+1}\} \right] \\ &= \exp \left\{ u \left( \mu - \frac{\sigma^2}{2} + \beta\sigma^2 \right) + \frac{u^2}{2} \sigma^2 \right\}\end{aligned}$$

- **Transformée de Laplace**  $\psi_t^{\mathbb{Q}}(1)$  et contraintes sur  $\alpha$  et  $\beta$

$$\begin{aligned}\frac{\mathbb{E}_t[M_{t,t+1} \exp \{r_{t+1}\}]}{\mathbb{E}_t[M_{t,t+1}]} &= \exp \{r\} \\ \mu + \beta\sigma^2 &= r\end{aligned}$$

- **Dynamique risque neutre**

$$\mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}}[ur_{t+1}] = \exp \left\{ u \left( r - \frac{\sigma^2}{2} \right) + \frac{u^2}{2} \sigma^2 \right\}$$

- **Déterminer deux des trois éléments :**

- Dynamique historique
- Facteur d'escompte stochastique
- Dynamique risque neutre

- **Restrictions « techniques »**

- modèles conditionnellement gaussiens pour la dynamique risque neutre
- facteur d'escompte stochastique sous forme exponentielle affine :

$$M_{t,t+1} = \exp\{\alpha + \beta w_{t+1}\}$$

- **Contraintes de cohérence interne**

- Suivant les facteurs modélisés dans la dynamique historique

- **modèle AR à changement de régime** sur le log du spot désaisonnalisé :

$$s_t = \ln(S_t) - \nu_t$$
$$s_t = \boldsymbol{\mu}^T \mathbf{z}_t + \sum_{i=1}^m \varphi_i (s_{t-i} - \boldsymbol{\mu}^T \mathbf{z}_{t-i}) + \sigma^T \mathbf{z}_t \varepsilon_t$$

- $\nu_t$  partie déterministe issue d'EXODE
  - saisonnalité
  - dépendance à la température (considérée comme variable exogène)
- $\mathbf{z}_t$  variable d'état prenant  $K$  valeurs correspondant à  $K$  régimes caractérisés par des moyennes  $\mu_i$  et des variances  $\sigma_i^2$ 
  - Régime normal
  - Régime à forte volatilité
  - Pics de prix



- **Dynamique historique** : variable  $(s_t, z_t)$

$$s_t = \mu^T z_t + \sum_{i=1}^m \varphi_i (s_{t-i} - \mu^T z_{t-i}) + \sigma^T z_t \varepsilon_t$$

- **Chaîne de Markov homogène sur  $z_t$**

$$P(z_t = e_j | z_{t-1} = e_i) = \pi_{ij}$$

- **Paramètres du modèle**

- Moyennes  $(\mu_i)_{i=1, \dots, K}$
- Variances  $(\sigma_i^2)_{i=1, \dots, K}$
- Coefficient d'auto-régression  $(\varphi_i)_{i=1, \dots, m}$
- Probabilités de transition  $(\pi_{ij})_{i,j=1, \dots, K}$

- **Estimation par maximisation de la vraisemblance**

- Calcul de la vraisemblance en tout point par le filtre de Kitagawa-Hamilton
- Algorithme d'optimisation de type Quasi-Newton

- **Données utilisées**

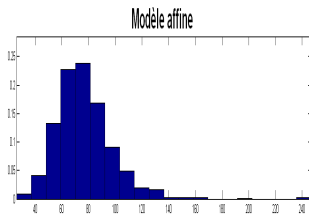
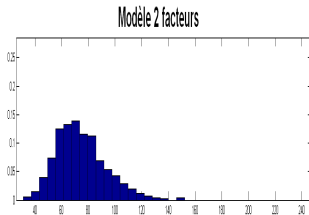
- Historique de 3 ans de prix spot journaliers du 01/01/2006 au 31/12/2008
- Partie déterministe  $\nu_t$  estimée à partir d'EXODE.

- **Modèles considérés**

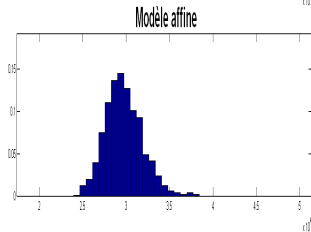
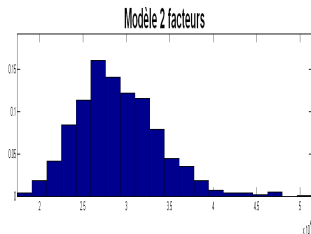
- $K = 2, 3$
- $m = 2, 3, 4$

	K=3								
	m=2			m=3			m=4		
$\mu_1$	-0.2323			-0.0857			-0.0925		
$\mu_2$	0.0165			0.013			0.0101		
$\mu_3$	0.1532			0.5222			0.542		
$\sigma_1^2$	0.0101			0.0436			0.0438		
$\sigma_2^2$	0.0111			0.0109			0.0108		
$\sigma_3^2$	0.0982			0.1335			0.1426		
$\varphi_1$	0.6436			0.5786			0.5633		
$\varphi_2$	0.2299			0.1406			0.1206		
$\varphi_3$	-			0.1574			0.118		
$\varphi_4$	-			-			0.0884		
$P_{trans}$	$\begin{bmatrix} 0.48 & 0.5 & 0.02 \\ 0.03 & 0.94 & 0.03 \\ 0.37 & 0.06 & 0.56 \end{bmatrix}$			$\begin{bmatrix} 0.78 & 0.21 & 0.007 \\ 0.058 & 0.94 & 0.006 \\ 0.0001 & 0.36 & 0.64 \end{bmatrix}$			$\begin{bmatrix} 0.79 & 0.20 & 0.008 \\ 0.06 & 0.94 & 0.005 \\ 0 & 0.36 & 0.64 \end{bmatrix}$		
AIC	-3210			-3215			-3218		

TABLE: Résultats d'estimation pour un modèle avec 3 régimes



(a) Distribution de  $S_{100}$



(b) Distribution de  $\sum_{t=1}^{365} S_t$

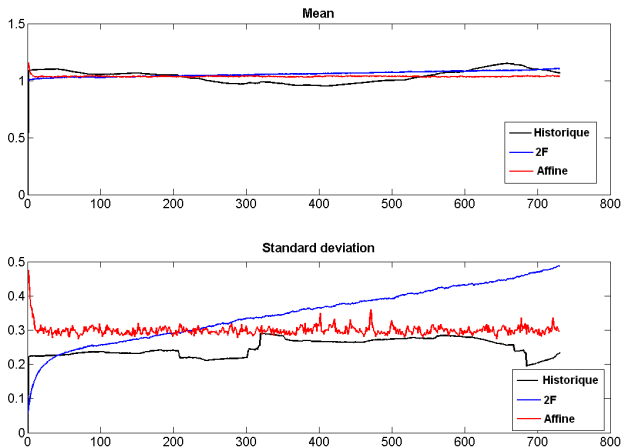


FIGURE: Caractéristiques statistiques du prix spot désaisonnalisé.

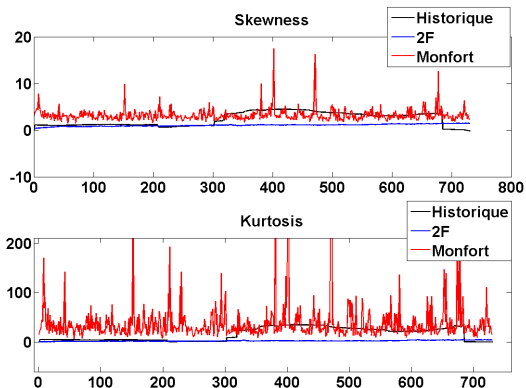


FIGURE: Caractéristiques statistiques du prix spot désaisonnalisé.

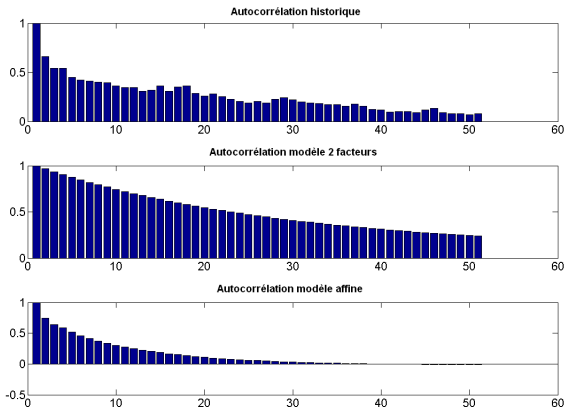


FIGURE: Autocorrélation

- Il existe un facteur d'escompte stochastique qui permet d'obtenir une dynamique risque neutre de la forme :

$$\tilde{s}_t = \ln(S_t) - \tilde{v}_t$$

$$\tilde{s}_t = \tilde{\mu}^T z_t + \sum_{i=1}^m \tilde{\varphi}_i(\tilde{s}_{t-i} - \tilde{\mu}^T z_{t-i}) + \sigma^T z_{t+1} \varepsilon_t$$

- Chaîne de Markov homogène sur  $z_t$

$$P(z_t = e_j | z_{t-1} = e_i) = \tilde{\pi}_{ij}$$

- Partie déterministe  $\tilde{v}_t$  constante par morceaux

$$\tilde{v}_t = \sum_{i=1}^{12} \tilde{c}_i \mathbb{1}_{t \in m_i}$$



- **Valorisation d'un prix à terme unitaire**

$$\begin{aligned} F(t, h) &= \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}}[S_{t+h}] \\ &= \exp\{\tilde{\nu}_{t+h}\} \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}}[\exp\{\tilde{s}_{t+h}\}] \\ &= \exp\{\tilde{\nu}_{t+h}\} \mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}}\left[\exp\left\{e_1^T \tilde{X}_{t+h}\right\}\right], \quad \tilde{X}_t = (\tilde{s}_t, z_t)^T \end{aligned}$$

- **Formule de récurrence des transformées de Laplace**

$$\mathbb{E}_t^{\mathbb{Q}}\left[\exp\left\{e_1^T \tilde{X}_{t+h}\right\}\right] = \exp\{c_h^T \tilde{X}_t\}$$

où  $c_h$  est défini par la relation de récurrence :

$$\begin{aligned} c_1 &= a(e_1) \\ c_h &= a(c_{h-1}) \end{aligned}$$

- En utilisant la relation  $\tilde{s}_t + \tilde{\nu}_t = s_t + \nu_t$

## Valeur d'un prix à terme unitaire

$$\log F(t, h) = \tilde{\nu}_{t+h} + c_{h1}(\nu_t - \tilde{\nu}_t) + c_h^T X_t$$

avec  $X_t = (s_t, z_t)$

- La valeur d'un prix à terme unitaire  $F(t, h)$  s'exprime en fonction des paramètres de la dynamique risque neutre et de l'observation  $X_t$ .
- Valeur d'un **produit à terme** (réellement observé)

$$F_{theor}(t, T, \theta) = \frac{1}{\theta} \sum_{t+h \in [T; T+\theta]} F(t, h)$$

- **Paramètres du modèle**

- Moyennes  $(\tilde{\mu}_i)_{i=1,\dots,K}$
- Coefficient d'auto-régression  $(\tilde{\varphi}_i)_{i=1,\dots,m}$
- Probabilités de transition  $(\tilde{\pi}_{ij})_{i,j=1,\dots,K}$
- Coefficients mensuels  $(\tilde{c}_i)_{i=1,\dots,12}$

- **Estimation par minimisation du critère non linéaire**

$$J(\tilde{\mu}, \tilde{\varphi}, \tilde{\pi}, \tilde{c}) = \sum_{t=1}^{T_i} \sum_{i=1}^N [\log F_{obs}(t, T_i, \theta_i) - \log F_{theor}(t, T_i, \theta_i)]^2$$

- **Données utilisées**

- Tous les produits disponibles (1WAH  $\rightarrow$  2YAH)
- Historique de 3 ans du 01/01/2006 au 31/12/2008.

# Résultats

		K=3,m=3											
		Init.			Borne inf.			Estimé			Borne sup.		
$\mu_1$		-0.0857			0.1527			0.1515			0.1504		
$\mu_2$		0.0130			0.2023			0.2023			0.2022		
$\mu_3$		0.5222			0.7084			0.7094			0.7105		
$\varphi_1$		0.5786			0.8895			0.8895			0.8895		
$\varphi_2$		0.1406			0.1848			0.1848			0.1848		
$\varphi_3$		0.1574			-0.0810			-0.0810			-0.0810		
$\varphi_4$		-			-			-			-		
$c_1$		1			1.2711			1.2710			1.2709		
$c_2$		1			1.2543			1.2543			1.2542		
$c_3$		1			1.1169			1.1169			1.1168		
$c_4$		1			0.9109			0.9109			0.9109		
$c_5$		1			0.7819			0.7819			0.7819		
$c_6$		1			0.8221			0.8221			0.8221		
$c_7$		1			0.8988			0.8988			0.8987		
$c_8$		1			0.7412			0.7412			0.7412		
$c_9$		1			0.9094			0.9094			0.9094		
$c_{10}$		1			0.9311			0.9311			0.9311		
$c_{11}$		1			1.1600			1.1600			1.1601		
$c_{12}$		1			1.2023			1.2024			1.2026		
$P_{trans}$		0.78	0.21	0.01	0.32	0.60	0.08	0.78	0.21	0.01	0.96	0.03	0
		0.06	0.94	0.01	0.02	0.98	0.01	0.06	0.94	0.01	0.17	0.83	0.01
		0	0.36	0.64	0	0.37	0.63	0	0.37	0.63	1.00	0	0

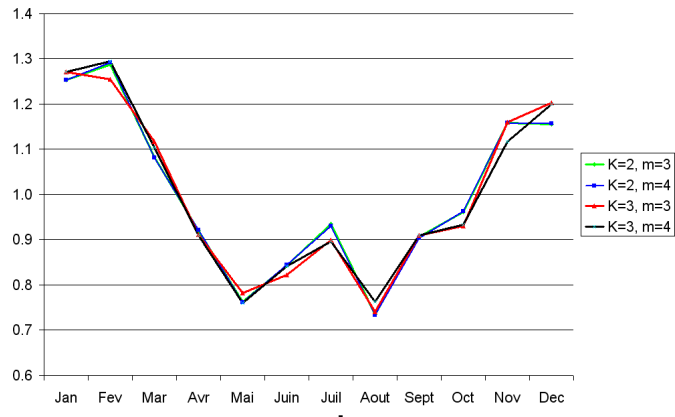
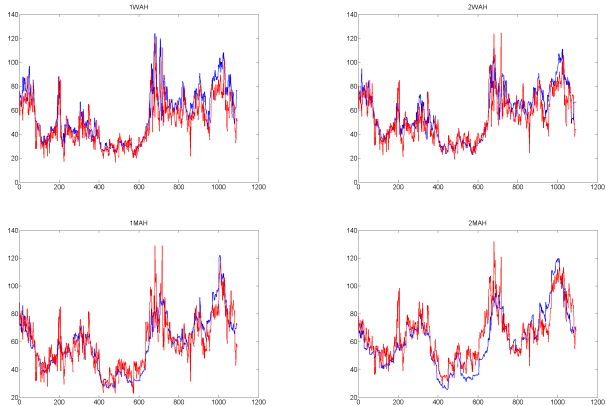
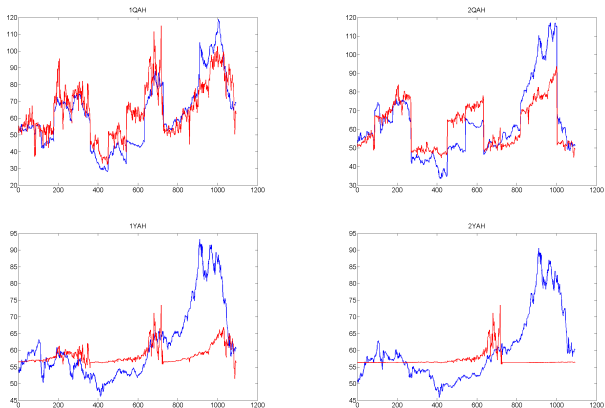


FIGURE: Estimations des coefficients mensuels en fonction du modèle

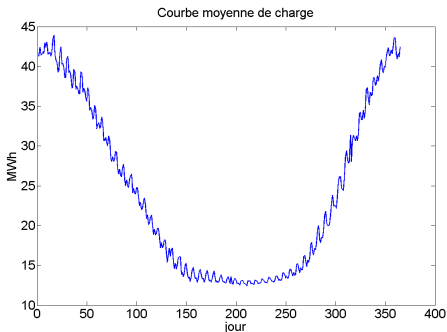


**FIGURE:** Résultats de reconstruction des prix à terme : prix reconstruits (en rouge) contre prix observés (en bleu)



**FIGURE:** Résultats de reconstruction des prix à terme : prix reconstruits (en rouge) contre prix observés (en bleu)

- Début de l'étude : 1<sup>er</sup> janvier 2009.
- Demande  $D(t)$  sur l'année 2010. Profil réaliste (Clients Res2P1)



- Simulation sans stratégie de couverture

$$CF(t) = D(t)(K - S(t))$$



- Simulation avec stratégie de couverture

- contractualisation de Year-ahead toutes les fin de mois 2009 (31 janvier 2009, 28 février 2009,...)

$$P_{couv} = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} P_{Year2010}(t_i). \quad (2)$$

- volume de couverture égal à la moyenne de la demande sur l'année 2010.

$$\bar{D} = \frac{1}{T} \frac{1}{N_s} \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^{N_s} D_t^s. \quad (3)$$

- Cash flow lié à l'action de couverture

$$CF_{couv}(t) = \bar{D}(K - P_{couv}) \quad (4)$$

- Cash flow lié à l'ajustement au spot

$$CF_{achat\ spot}(t) = (D_t^s - \bar{D})(K - S_t). \quad (5)$$

- Cash flow total

$$CF(t) = CF_{couv}(t) + CF_{achat\ spot}(t). \quad (6)$$

- Sans stratégie de couverture

	Modèle 2F	modèle affine
MtM (k €)	-18.741	-22.895
EaR (k €)	40.232	11.494

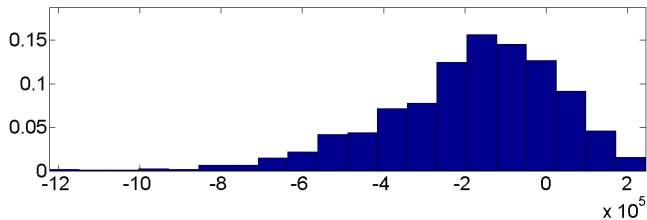
TABLE: Résultats de MtM et d'EaR pour un portefeuille sans couverture.

- Avec stratégie de couverture

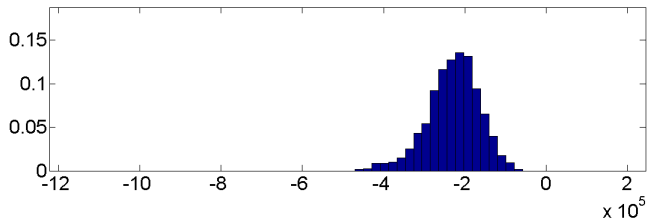
	Modèle 2F	modèle affine
MtM (k €)	-17.383	-21.276
EaR (k €)	36.790	10.661

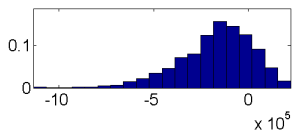
TABLE: Résultats de MtM et d'EaR pour un portefeuille sans couverture.

Modèle 2 Facteurs (CF totaux)

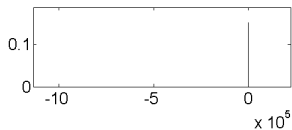


Modèle Affine (CF totaux)

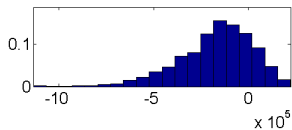




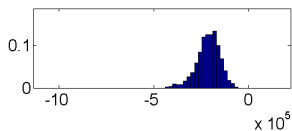
Modèle 2 Facteurs (CF couverture)



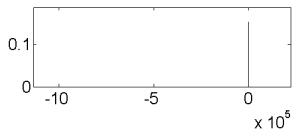
Modèle 2 Facteurs (CF spot)



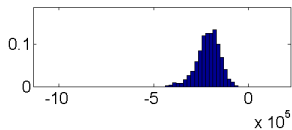
Modèle Affine (CF totaux)

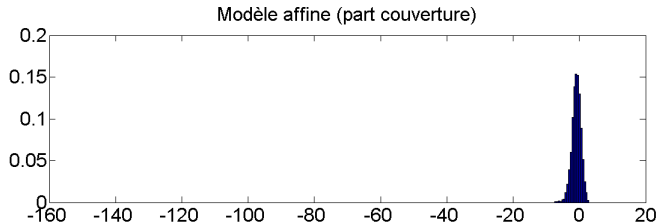
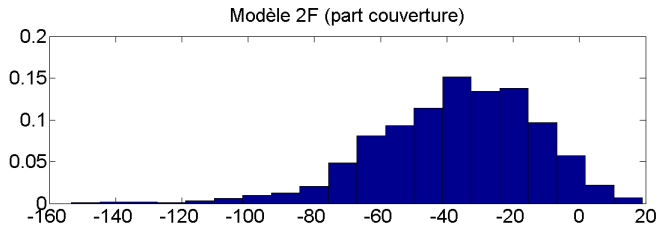


Modèle Affine (CF totaux)



Modèle Affine (CF totaux)





- Sans stratégie de couverture

	Modèle 2F	modèle affine
MtM (k €)	-16.128	-19.257
EaR (k €)	38.868	8.772

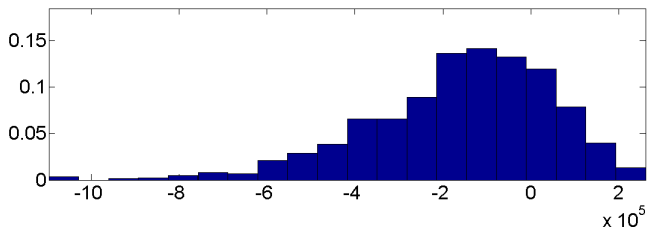
TABLE: Résultats de MtM et d'EaR pour un portefeuille sans couverture.

- Avec stratégie de couverture

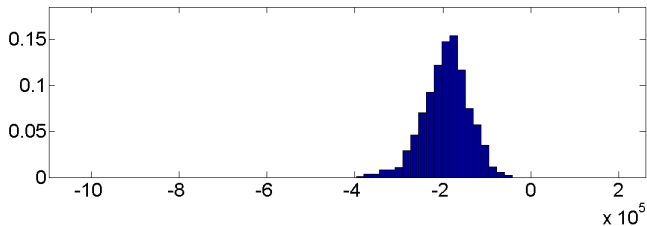
	Modèle 2F	modèle affine
MtM (k €)	-14.838	-17.652
EaR (k €)	35.635	8.041

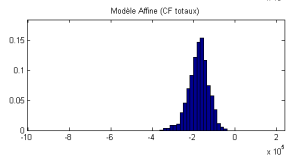
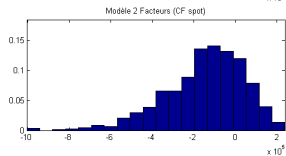
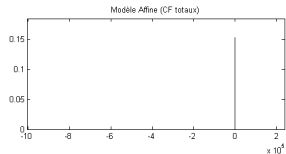
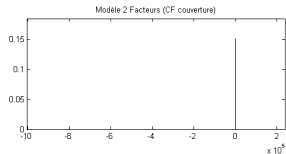
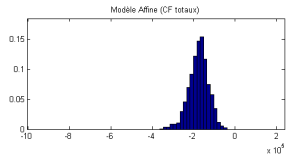
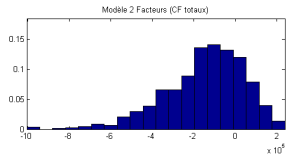
TABLE: Résultats de MtM et d'EaR pour un portefeuille sans couverture.

Modèle 2 Facteurs (CF totaux)



Modèle Affine (CF totaux)







- **Une nouvelle approche pour modéliser les prix d'électricité**
  - Modèle économétrique pour le spot (pics de prix, dépendance à la température,...)
  - Cohérence prix spot / prix à terme (absence d'opportunité d'arbitrage)
- **Un « concurrent » aux modèles économétriques utilisés**
- **Un « concurrent » aux modèles financiers utilisés**
- **Premiers résultats, avec un modèle simple (1 seul facteur), très prometteurs**
  - Bonne représentation du prix spot et des prix à terme de faible maturité
  - Difficultés dans la représentation de prix à terme de grande maturité

- **Ajout d'un deuxième facteur dans la dynamique historique** pour mieux représenter les produits de longue maturité
- **Exemple** : modélisation affine du logarithme du produit Year-ahead
- **Intégration de contraintes de cohérence interne**
  - Le produit observable est modélisé par une dynamique historique et peut aussi se déduire de la dynamique risque neutre.
  - Le problème de minimisation de critère pour la partie risque neutre devient un problème de **minimisation de critère (non linéaire) sous contrainte (non linéaire)**

- **Comparaison avec les modèles actuellement utilisés**
  - pour le calcul d'EaR sur des portefeuilles avec stratégie de couverture (fait en partie)
  - pour le calcul d'indicateurs sur des portefeuilles thermosensibles
  - ...
- **Placement de cette approche**
  - Sur quelles applications cette approche peut être une alternative
  - Quelles sont les applications pour lesquelles cette approche n'est pas utilisable.

- **Lemme** : Pour tout flux  $g_T$ ,  $p_t [g_T] = p_t [p_s [g_T]]$ ,  $t \leq s \leq T$
- **Preuve** : Sinon, on peut construire une stratégie
  - en  $t$  : acheter  $p_s [g_T]$ , vendre  $g_T$ , acheter  $\frac{p_t[g_T] - p_t[p_s[g_T]]}{\mathbb{E}_t[M_{t,T}]}$
  - en  $s$  : acheter  $g_T$  et vendre  $p_s [g_T]$
  - en  $T$  : flux  $g_T - g_T + \frac{p_t[g_T] - p_t[p_s[g_T]]}{\mathbb{E}_t[M_{t,T}]}$

- **Partie déterminist de  $\ln S_t$ ,  $\nu(t) = \sum_{j=1}^J \alpha_j F_j(t)$**
- **Variables explicatives  $F_j$** 
  - 1 Cycle annuel des prix
  - 2 Calendrier.
  - 3 3 variables relatives à l'écart à la normale de température, dans le cas où la normale de température est inférieure à une température seuil  $T_{froide}$  ( $10^\circ$  en pratique) :
    - 1 l'écart à la normale lissé dans le temps (par un lissage exponentiel),
    - 2 la différence entre l'écart à la normale de la veille et celui du jour,
    - 3 l'accumulation au court du temps des écarts à la normale.
  - 4 L'écart à la normale de la température, dans le cas où la normale de température est supérieure à une température seuil  $T_{chaude}$  ( $18^\circ$  en pratique). Cette variable est lissée dans le temps par un lissage exponentiel.
  - 5 Une tendance linéaire.
  - 6 Type de jour : 7 variables correspondant aux jours de la semaine.