

Analyse des prix de marchés d'électricité : estimation du nombre de facteurs dans un modèle de type Heath–Jarrow–Morton

Olivier FÉRON Pierre GRUET

EDF R&D et laboratoire FiME

13 septembre 2023

Contexte : comparaison de modèles pour les prix de l'énergie

- Dans le secteur de l'énergie, des modèles de prix futures et spot sont requis pour la valorisation et la gestion des risques ;
- Selon les commodités, la livraison peut être instantanée ou se tenir sur une certaine *période de livraison* ;
- Ici nous nous intéressons à ce dernier cas et cherchons un modèle pour toutes les durées de livraison existantes ;
- Gardons-le simple :
 - équations différentielles stochastiques conduites par N mouvements browniens,
 - fonctions de volatilité choisies pour reproduire certains comportements des variations de prix ;
- Mais comment choisir N ? Et avec quelles fonctions de volatilité ?

Un peu de contexte : les contrats futures avec période de livraison

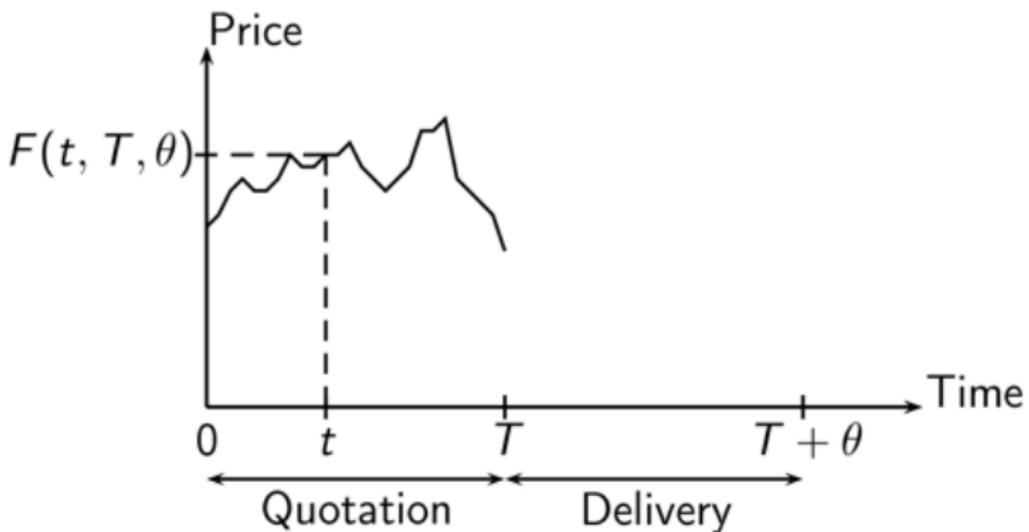


Figure: Périodes de cotation et de livraison pour un contrat future

Contrats futures (avec les meilleures liquidités) pour l'électricité, marché EEX

Produit	Date de cotation: 13 septembre 2023		
	Nom	Début de livraison	Fin de livraison
<i>1 Week Ahead</i>	Week 38	18/09/2023	24/09/2023
<i>1 Month Ahead</i>	Octobre 2023	01/10/2023	31/10/2023
<i>2 Month Ahead</i>	Novembre 2023	01/11/2023	30/11/2023
<i>3 Month Ahead</i>	Décembre 2023	01/12/2023	31/12/2023
<i>1 Quarter Ahead</i>	Q4 2023	01/10/2023	31/12/2023
<i>2 Quarter Ahead</i>	Q1 2024	01/01/2024	31/03/2024
<i>3 Quarter Ahead</i>	Q2 2024	01/04/2024	30/06/2024
<i>1 Year Ahead</i>	2024	01/01/2024	31/12/2024
<i>2 Year Ahead</i>	2025	01/01/2025	31/12/2025

Contrats (avec les meilleures liquidités) pour l'électricité, marché EEX

Produit	Date de cotation: 13 septembre 2023		
	Nom	Début de livraison	Fin de livraison
Spot (1 Day Ahead)	14/09/2023	14/09/2023	14/09/2023
<i>1 Week Ahead</i>	Week 38	18/09/2023	24/09/2023
<i>1 Month Ahead</i>	Octobre 2023	01/10/2023	31/10/2023
<i>2 Month Ahead</i>	Novembre 2023	01/11/2023	30/11/2023
<i>3 Month Ahead</i>	Décembre 2023	01/12/2023	31/12/2023
<i>1 Quarter Ahead</i>	Q4 2023	01/10/2023	31/12/2023
<i>2 Quarter Ahead</i>	Q1 2024	01/01/2024	31/03/2024
<i>3 Quarter Ahead</i>	Q2 2024	01/04/2024	30/06/2024
<i>1 Year Ahead</i>	2024	01/01/2024	31/12/2024
<i>2 Year Ahead</i>	2025	01/01/2025	31/12/2025

Illustration : prix de 2016 à 2023

Données provenant de <https://www.eex.com>

Principales caractéristiques des prix futures de l'électricité

- Relations d'arbitrage quand les périodes de livraison se chevauchent ;
- Effet Samuelson (Anderson et Danthine [1] / Jaeck et Lautier [6]) ;
- La volatilité décroît quand la durée de la livraison augmente.

Cadre de travail — Modèle de prix

Nous choisissons un modèle, pour tout t et $T > t$,

$$F(t, T) = F(t, T, h),$$

où h est une unité de temps. C'est le prix en t d'un contrat (non coté) livrant à partir de T pendant une période de temps unitaire.

Le prix d'un contrat coté peut alors s'écrire

$$F(t, T, \theta) = \frac{1}{\theta} \sum_{i=0}^{\theta-1} F(t, T + ih). \quad (1)$$

Principales études passées sur le choix du nombre de facteurs N

- Clewlow et Strickland [4] (1999) : prix futures du baril de pétrole brut à l'échelle journalière, NYMEX (1998–2000) ;
- Koekebakker et Ollmar [8] (2001) : prix futures de l'électricité à l'échelle journalière, Nord Pool (1995–2001).

Travaux fondés sur le modèle à N facteurs. Pour T fixé, et pour $t < T$,

$$\frac{dF(t, T)}{F(t, T)} = \sum_{k=1}^N \sigma_k(t, T) dW_t^k,$$

où les W^k sont des mouvements browniens indépendants.

Résultats de ces études

Des analyses en composantes principales sont réalisées sur les courbes de volatilité estimée. Il est établi que :

- pour le pétrole, les trois premières fonctions de volatilité expliquent 98,4 % de la variation totale de la courbe future (Clewlow et Strickland (1999)) ;
- pour l'électricité, plus de 10 facteurs sont requis pour atteindre 95 % (Koekebakker et Ollmar (2001)).

Les auteurs de ce dernier travail expliquent que le caractère non stockable de l'électricité fait apparaître des comportements différents des prix selon la distance à maturité.

1 Introduction

2 Comparaison de modèles pour les prix de l'électricité

- Notre étude
- Critère de comparaison
- Nos résultats

Notre cadre et nos contributions

- Dans cette étude, nous utilisons des données des périodes 2018–2019, 2020 et 2021–2022 en Allemagne, en Belgique et en France¹.
- Chaque jour ouvré, nous observons le prix spot et 16 prix futures (1–4WAH, 1–6MAH, 1–4QAH, 1–2YAH).

Contributions

- Estimation des modèles N -facteurs conjointement sur les prix futures et le prix spot avec une technique de filtrage de Kalman et une maximisation de vraisemblance ;
- Examen de la question du nombre optimal de facteurs avec un critère d'information.

¹<http://www.eex.com>

Le modèle : approche Heath–Jarrow–Morton (HJM)

Un modèle paramétrique pour une utilisation pratique

Nous employons le modèle à N facteurs de Clewlow et Strickland [4]. Pour T fixé, et pour $t < T$,

$$\frac{dF(t, T)}{F(t, T)} = \sum_{k=1}^N \sigma_k e^{-\alpha_k(T-t)} dW_t^k,$$

avec

- $0 \leq \alpha_1 < \dots < \alpha_N$;
- $\sigma_k > 0$ pour $k = 1, \dots, N$;
- les W^k étant des mouvements browniens avec $d\langle W^k, W^{k'} \rangle_t = \rho_{k,k'} dt$ pour $1 \leq k, k' \leq N$.

1 Introduction

2 Comparaison de modèles pour les prix de l'électricité

- Notre étude
- Critère de comparaison
- Nos résultats

Critère pour le choix du nombre de facteurs

- À chaque date, nous pouvons calculer la vraisemblance du vecteur des variations de prix spot et futures depuis la veille.
- Par indépendance d'une date à l'autre, nous calculons la log-vraisemblance de tout l'échantillon \mathcal{L}_n^N avec n dates d'observation, paramétrée par

$$(\alpha_k)_{k=1,\dots,N}, (\sigma_k)_{k=1,\dots,N}, (\rho_{k,k'})_{1 \leq k < k' \leq N}.$$

- Nous choisisons le nombre optimal de facteurs avec le BIC, fondé sur la log-vraisemblance optimisée $\hat{\mathcal{L}}_n^N$:

$$BIC_N = \log(n) \frac{(N+1)(N+2)}{2} - 2\hat{\mathcal{L}}_n^N.$$

- Le gradient ne peut être obtenu explicitement. Numériquement les meilleurs résultats sont obtenus avec une méthode du simplexe de Nelder et Mead [9].

1 Introduction

2 Comparaison de modèles pour les prix de l'électricité

- Notre étude
- Critère de comparaison
- Nos résultats

Résultats

Période	Marché	Nombre optimal de facteurs
2018–2019	Allemagne	9
	Belgique	8
	France	9
2020	Allemagne	8
	Belgique	9
	France	8
2021–2022	Allemagne	10
	Belgique	9
	France	9

Table: Nombre optimal de facteurs pour le critère BIC

Illustration

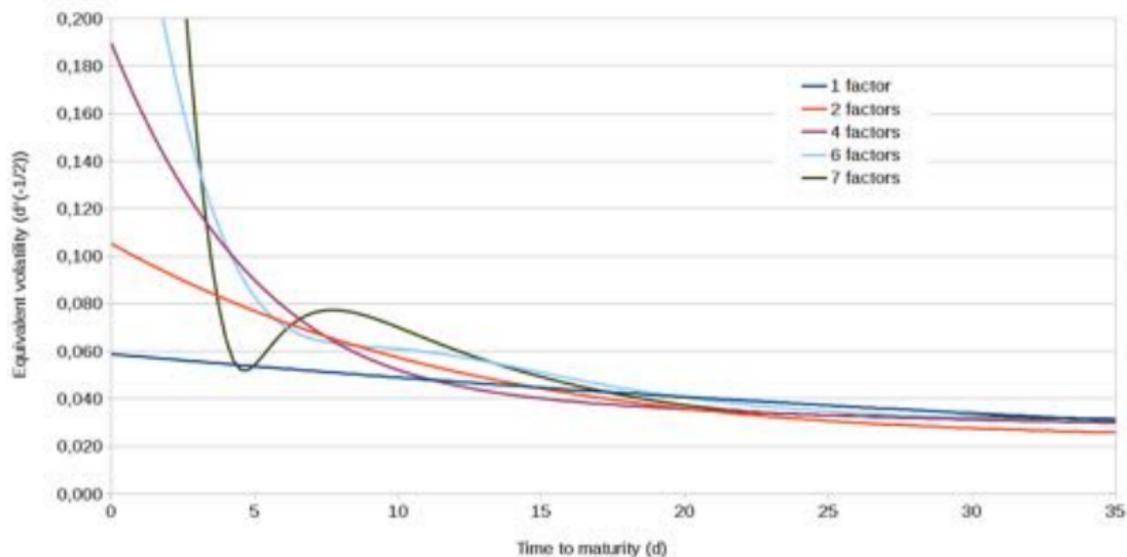


Figure: Volatilités équivalentes estimées sur données France 2015–2017

Non-monotonie de la volatilité

Les estimateurs non paramétriques de la volatilité mettent en avant sa non-monotonie, du fait de périodes de liquidité élevée.

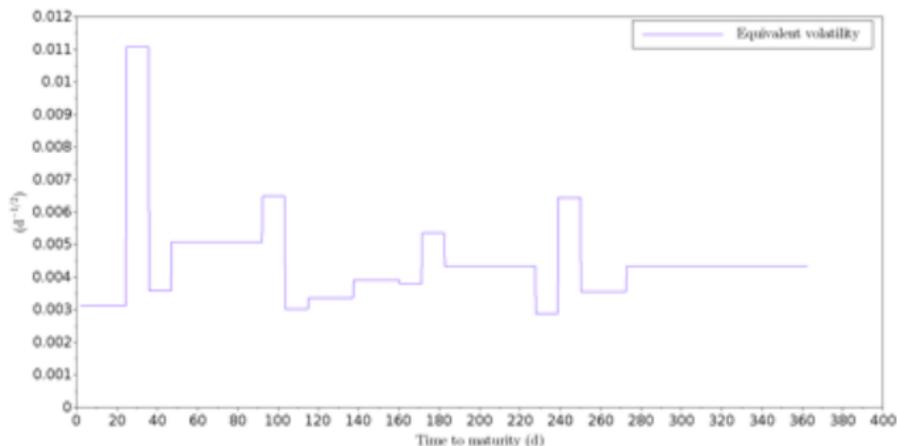


Figure: Estimateur par ondelettes de la volatilité 1YAH en 2016

Non-monotonie de la volatilité

Les estimateurs non paramétriques de la volatilité mettent en avant sa non-monotonie, du fait de périodes de liquidité élevée.

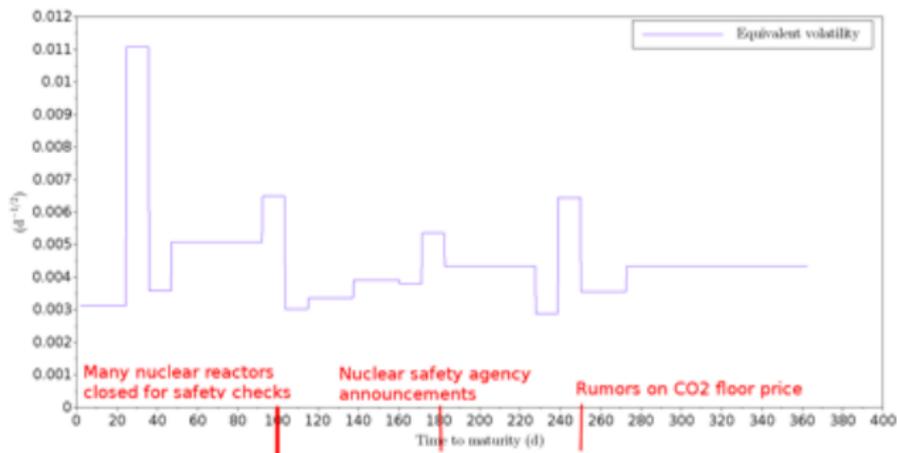


Figure: Estimateur par ondelettes de la volatilité 1YAH en 2016

Conclusion

- Nous avons réalisé une estimation de modèles avec des fonctions de volatilité exponentiellement décroissantes, pour les prix spot et futures de l'électricité ;
- Les paramètres estimés peuvent être employés pour comparer ces modèles avec un critère BIC ;
- Le nombre optimal de facteurs est élevé en regard du nombre de produits cotés, et certains sont fortement corrélés.

Cela milite pour la considération de fonctions de volatilité :

- non monotones en $T - t$;
- ou exprimées en fonction du temps t .

Employer de telles fonctions permettrait de réduire le nombre de facteurs.

Références I

-  Ronald W. Anderson et Jean-Pierre Danthine :
The time pattern of hedging and the volatility of futures prices.
The Review of Economic Studies, 50(2):249–266, 1983.
-  Ole E. Barndorff-Nielsen, Fred Espen Benth et Almut E. D. Veraart :
Modeling electricity forward markets by ambit fields.
Working paper, Center for Research in Econometric Analysis of Time Series, 2011.
-  Fred Espen Benth et Steen Koekebakker :
Stochastic modeling of financial electricity contracts.
Energy Economics, 30(3):1116–1157, 2008.

Références II

-  Les Clewlow et Chris Strickland :
Energy derivatives: Pricing and risk management.
Lacima Group, 2000.
-  Juri Hinz, Lutz von Grafenstein, Michel Verschuere et Martina Wilhelm :
Pricing electricity risk by interest rate methods.
Quantitative Finance, 5(1):49–60, 2005.
-  Édouard Jaeck et Delphine Lautier :
Volatility in electricity derivative markets: the Samuelson effect revisited.
Energy Economics, 59, septembre 2016.

Références III

-  Rüdiger Kiesel, Gero Schindlmayr et Reik H. Börger :
A two-factor model for the electricity forward market.
Quantitative Finance, 9(3):279–287, 2009.
-  Steen Koekebakker et Fridthjof Ollmar :
Forward curve dynamics in the Nordic electricity market.
Managerial Finance, 31(6):73–94, 2005.
-  John A. Nelder et Roger Mead :
A simplex method for function minimization.
The Computer Journal, 7(4):308–313, 1965.

Merci et bonne journée !

Modèles de la bibliographie : approche HJM

- Hinz *et al.* [5] pour une justification de l'emploi d'une approche HJM;
- Clewlow et Strickland [4] : modèle à 1 facteur

$$dF(t, T) = F(t, T)\sigma e^{-\alpha(T-t)}dW_t,$$

- Koekebakker et Ollmar [8]: étude du comportement de la courbe forward, proposition et comparaison de modèles factoriels ;
- Benth et Koekebakker [3]: liens entre produits spot et futures avec des modèles HJM ;
- Kiesel *et al.* [7] : modèle à deux facteurs

$$dF(t, T) = F(t, T) \left(\sigma_S e^{-\alpha(T-t)} dW_t^S + \sigma_L dW_t^L \right),$$

- Barndorff-Nielsen *et al.* [2]: champs Ambit.